

УДК 621.926.2

DOI: <https://doi.org/10.32347/tb.2025-42.0515>
¹Іван Назаренко,

доктор технічних наук, доцент кафедри Машин і обладнання технологічних процесів,
<https://orcid.org/0000-0002-1888-3687>, e-mail: nazarenko.ii@knuba.edu.ua
¹Євген Міщук,

кандидат технічних наук, доцент кафедри Машин і обладнання технологічних процесів,
<https://orcid.org/0000-0002-7850-0975>, e-mail: mischuk.ieo@knuba.edu.ua
¹Петро Ладкін,

аспірант спеціальності 131 «Прикладна механіка», e-mail: ladkin_py-2022@knuba.edu.ua
¹Київський Національний Університет Будівництва і Архітектури, просп. Повітряних сил 31, м. Київ, 03037, Україна

ДОСЛІДЖЕННЯ ПАРАМЕТРІВ ВІБРАЦІЙНОЇ ЩОКОВОЇ ДРОБАРКИ З ВРАХУВАННЯМ ДИСИПАТИВНИХ СИЛ

АНОТАЦІЯ. Виробництво будівельних матеріалів є в значній мірі енергозатратним процесом. Більшість будівельних матеріалів виготовляється на гірських кар'єрах та заводах або отримується внаслідок переробки будівельних відходів. Одне з ключових місць в ланцюгу виготовлення будівельних матеріалів посідає дробильна техніка. Конструкції більшості дробильних машин не зазнавали глобальних змін на протязі сторіччя і не відповідають сучасним вимогам енергоефективності. Такі дробильні машини прийнято називати дробарки з ексцентриковим приводом. Перспективним напрямком розвитку дробильної техніки, який усуває недоліки дробарок з ексцентриковим приводом є вібраційні дробарки. Використання вібраційного приводу є новим напрямком в розвитку конструкцій машин для подрібнення матеріалів. Одним із типів вібраційних щоккових дробарок є дробарки з важким корпусом і маятником, які являють собою машини, що складаються з важкого корпусу, всередині якого здійснює зворотно-поступальні рухи підвішений ударник. Особливістю таких дробарок є те, що вони мають дві камери подрібнення. Вібраційна щоккова дробарка із трьома коливальними масами відноситься до опсаного вище типу машин. Дана дробарка може стабільно працювати в міжрезонансному режимі при подрібненні крихких матеріалів і відрізняється низькими витратами енергії. До недоліків таких машин відносять значну масу та енергонапруженість корпусу. Проте більшість конструкцій вібраційних щоккових дробарок є малодослідженими, що стримує їх більш широке впровадження. В свою чергу різні за властивостями матеріали та широкий спектр вимог в залежності від потреб сучасного будівництва, потребують раціонального підходу до процесу подрібнення, оптимізації та інтенсифікації процесу на кожній стадії. В роботі розглянуто амплітудо-частотні характеристики коливань мас вібраційної щоккової дробарки з врахування дисипації енергії в елементах конструкції машини.

Ключові слова: вібраційна щоккова дробарка, енергоефективність, дисипація енергії, частота коливань, амплітуда коливань, пружність системи.

STUDY OF VIBRATING JAW CRUSHER PARAMETERS TAKING INTO ACCOUNT DISSIPATIVE FORCES

ABSTRACT. The production of building materials is a largely energy-intensive process. Most building materials are produced in quarries and factories or are obtained as a result of the processing of construction waste. One of the key places in the chain of production of building materials is occupied by crushing equipment. The designs of most crushing machines have not undergone global changes for a century and do not meet modern energy efficiency requirements. Such crushing machines are commonly called eccentric drive crushers. A promising direction in the development of crushing equipment that eliminates the disadvantages of eccentric drive crushers are vibrating crushers. The use of a vibrating drive is a new direction in the development of machine designs for crushing materials. One type of vibrating jaw crushers is heavy-body and pendulum crushers, which are machines consisting of a heavy body, inside which a suspended striker performs reciprocating movements. A feature of such crushers is that they have two crushing chambers. A vibrating jaw crusher with three vibrating masses belongs to the type of machines

described above. This crusher can operate stably in the interresonant mode when crushing fragile materials and is characterized by low energy consumption. The disadvantages of such machines include a significant mass and energy intensity of the housing. However, most designs of vibrating jaw crushers are poorly studied, which hinders their wider implementation. In turn, materials with different properties and a wide range of requirements depending on the needs of modern construction require a rational approach to the crushing process, optimization and intensification of the process at each stage. The paper considers the amplitude-frequency characteristics of mass oscillations of a vibrating jaw crusher, taking into account energy dissipation in the machine's structural elements.

Keywords: *vibrating jaw crusher, energy efficiency, energy dissipation, oscillation frequency, oscillation amplitude, system elasticity.*

1. Постановка проблеми.

Виробництво будівельних матеріалів є в значній мірі енергозатратним процесом. Більшість будівельних матеріалів виготовляється на гірських кар'єрах та заводах або отримується внаслідок переробки будівельних відходів [1]. Одне з ключових місць в ланцюгу виготовлення будівельних матеріалів посідає дробильна техніка [2]. Конструкції більшості дробильних машин не зазнавали глобальних змін на протязі сторіччя і не відповідають сучасним вимогам енергоефективності [3]. Такі дробильні машини прийнято називати дробарки з ексцентриковим приводом [4]. Перспективним напрямком розвитку дробильної техніки, який усуває недоліки дробарок з ексцентриковим приводом є вібраційні дробарки. Використання вібраційного приводу є новим напрямком в розвитку конструкцій машин для подрібнення матеріалів [5]. Одним із типів вібраційних щоккових дробарок є дробарки з важким корпусом і маятником, які являють собою машини, що складаються з важкого корпусу, всередині якого здійснює зворотно-поступальні рухи підвішений ударник. Особливістю таких дробарок є те, що вони мають дві камери подрібнення. Вібраційна щоккова дробарка із трьома коливальними масами відноситься до описаного вище типу машин. Дана дробарка може стабільно працювати в міжрезонансному режимі при подрібненні крихких матеріалів і відрізняється низькими витратами енергії. До недоліків таких машин відносять значну масу та енергонапруженість корпусу. Проте більшість конструкцій вібраційних щоккових дробарок є малодослідженими, що стримує їх більш широке впровадження. В свою чергу різні за властивостями матеріали та широкий спектр вимог в залежності від потреб сучасного будівництва, потребують раціонального підходу до процесу подрібнення, оптимізації та інтенсифікації процесу на кожній стадії [6]. Таким чином створення менш енергоємних методів руйнування та дослідження параметрів технологічного процесу дробарки з активним приводом є актуальною задачею.

В процесі роботи дробильної машини частина енергії, яка підводиться розсіюється внаслідок виникнення різних сил опору [7]. До таких сил опору можна віднести тертя, нагрівання, небажані коливання або вібрації тощо [8]. Не врахування сил опору може призводити до неправильного налаштування роботи дробарки або до зміщення частоти коливань мас в небажані частотні діапазони. Для того, щоб дослідити вплив сил опору на процес роботи дробарки необхідно в рівняння руху враховувати дисипативний опір системи. Дослідження амплітуд коливання мас системи з врахуванням дисипативного опору дозволяє оптимізувати роботу дробильної системи і є актуальною задачею.

2. Аналіз останніх досліджень і публікацій. Вплив дисипативного опору на роботу вібраційних ущільнювальних машин розглянуто в роботі [9]. В роботі виконаний аналіз дискретних і розподілених систем, виявлені лінійні та нелінійні ефекти цих систем. Значна увага приділена фізичній суті явищ і підкреслюється спільність математичних методів, що застосовуються для опису поведінки вібростеми. Дана робота є фундаментальною при дослідженні роботи машин для ущільнення. Широкий клас вібраційних машин із застосуванням електромагнітного приводу розглянуто в джерелі [10]. Викладено теорію синфазних коливань, за якою запропоновано аналітичні залежності розрахунку інерційних параметрів мас та значення жорсткостей пружних систем, які дають змогу синтезувати механічні коливальні системи з мінімально можливим повітряним проміжком в електромагнітних віб-

розбудниках та значно вищим коефіцієнтом динамічного підсилення амплітуд коливань порівняно з існуючими конструкціями. Дана робота охоплює наступне коло вібраційних машин: живильники, вібросита, конвеєри, сепаратори, ущільнювачі тощо.

В роботах [9] та [10] не розглядаються вібраційні дробильні машини. Хоча процеси вібраційного ущільнення та вібраційного руйнування базуються на механічних коливаннях проте фізика цих процесів є відмінною. Крім цього відмінність закладена також в реологічних моделях середовищ, які використовуються при моделюванні цих процесів.

В джерелі [11] виконані дослідження робочого процесу та енергетики руйнування матеріалу в камері подрібнення вібраційної шоккової дробарки з трьома коливальними масами. Визначені основні параметри дробарки при яких забезпечується ефективний процес дроблення. До недоліків роботи [11] слід віднести не врахування дисипативних опорів в рівняннях руху коливальних мас машини, з метою спрощення складної розрахункової моделі процесу подрібнення.

3. Мета роботи. Визначення впливу дисипативних опорів, які виникають в елементах конструкції вібраційної шоккової дробарки на амплітуду коливання її мас.

4. Матеріали та методи. Основними матеріалами для аналізу є наукова, технічна та довідникова література по вітчизняним та закордонним зразкам сучасної дробильної техніки, програмне забезпечення Wolfram Mathematica 11.3. Основними методами використаними в роботі є математичний аналіз при розрахунку параметрів механічного режиму.

5. Результати.

Досліджувана вібраційна шоккова дробарка складається із трьох коливальних мас. До першої маси 1 кріпиться збудник коливань і вона має назву активної маса, друга маса є рама дробарки 3 або рухома рама, так як вона також може здійснювати невеликі коливання. Третя маса 5 є ударником. Налаштування руху мас дробарки здійснюється таким чином, щоб перша та друга маси коливались в фазі, а третя в протифазі або взагалі не здійснювала коливань в горизонтальній площині. Коливальні маси між собою з'єднані пружними системами 2 та 4. При використанні ексцентрикових вібраторів можуть виникати вертикальні коливання дробарки. З метою запобігання передачі коливань корпусу машини на фундамент, дробарка встановлюється на ізоляційні пружні елементи. Розрахункова схема вібраційної шоккової дробарки з трьома коливальними масами представлена на рис. 1.

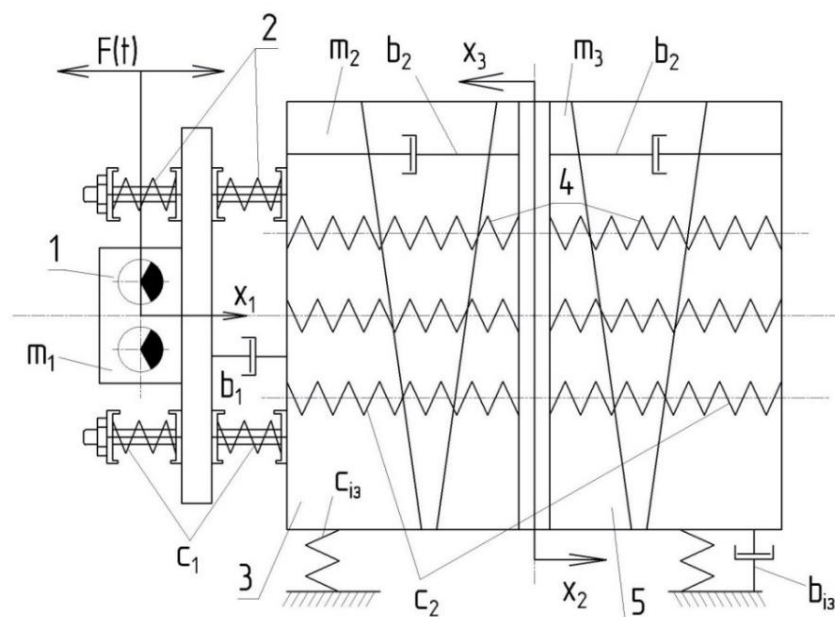


Рис. 1 Фізична модель вібраційної шоккової дробарки з трьома коливальними масами

Fig. 1 Physical model of a vibrating jaw crusher with three oscillating masses

Система рівнянь руху мас дробарки з врахуванням дисипативного опору буде мати наступний вигляд:

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 + b_1 \dot{x}_1 - b_1 \dot{x}_2 + x_1 c_1 - x_2 c_1 = F_0 \sin \omega t; \\ m_2 \ddot{x}_2 + b_2 \dot{x}_2 - b_2 \dot{x}_3 + x_2 c_1 - x_1 c_1 + c_2 x_2 - c_2 x_3 = 0; \\ m_3 \ddot{x}_3 + b_2 \dot{x}_3 - b_2 \dot{x}_2 + c_2 x_3 - c_2 x_2 = 0. \end{cases} \quad (1)$$

В якості розв'язку системи рівнянь (1) можна використати наступне рівняння:

$$x_n = A_n \sin(\omega t) + B_n \cos(\omega t), \quad (2)$$

Рівняння (2) є частковим розв'язком і відображає стійкі змушені коливання. Диференціюючи та виконуючи відповідні математичні перетворення визначаємо значення коефіцієнтів А та В. Для спрощення запису значень коефіцієнтів виконаємо наступні заміни:

$$\begin{aligned} c_1 (\omega^2 m_3 (m_1 + m_2) - c_2 (m_1 + m_2 + m_3)) &= \zeta; \quad (\omega^2 m_2 m_3 - c_2 (m_2 + m_3)) = \delta; \\ \omega^2 (b_1^2 + \omega^2 m_1^2) &= \vartheta; \quad c_1 (m_1 + m_2 + m_3) = \kappa; \quad \omega^2 m_1 (m_2 + m_3) = \alpha; \quad \omega^4 b_1 b_2 c_1 = \beta; \quad (c_1 - \omega^2 m_2) = \varsigma. \end{aligned} \quad (3)$$

Значення коефіцієнтів для першої маси (активатора) матимуть наступний вигляд:

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{F_0 (\beta m_3^2 + \omega^2 b_2^2 (\varsigma - \omega^2 m_3) (-\alpha + \kappa) + (c_2 \varsigma - \omega^2 (c_2 + \varsigma) m_3) (\omega^2 m_1 \delta - \zeta))}{\omega^2 (2\beta m_1 m_2^3 + \vartheta \delta^2 + \zeta^2 - 2\omega^2 m_1 \delta \zeta + \omega^2 b_2^2 (\vartheta (m_2 + m_3)^2 - 2c_1 \alpha (m_1 + m_2 + m_3) + \kappa^2))}; \\ B_1 &= \frac{F_0 (\omega^2 b_2 c_1^2 m_3^2 - b_1 (\omega^2 b_2^2 (m_2 + m_3) (\varsigma - \omega^2 m_3) + (c_2 \varsigma + \omega^2 m_3 (c_2 + \varsigma)) \delta))}{\omega^2 (2\beta m_1 m_2^3 + \vartheta \delta^2 + \zeta^2 - 2\omega^2 m_1 \delta \zeta + \omega^2 b_2^2 (\vartheta (m_2 + m_3)^2 - 2c_1 \alpha (m_1 + m_2 + m_3) + \kappa^2))}. \end{aligned} \quad (4)$$

Коефіцієнти другої маси (рухомої рами):

$$\begin{aligned} A_2 &= \frac{c_1 F_0 (\omega^4 b_1 b_2 m_3^2 + \omega^2 b_2^2 (-\alpha + \kappa) + (c_2 - \omega^2 m_3) (\omega^2 m_1 \delta - \zeta))}{\omega^2 (2\beta m_1 m_2^3 + \vartheta \delta^2 + \zeta^2 - 2\omega^2 m_1 \delta \zeta + \omega^2 b_2^2 (\vartheta (m_2 + m_3)^2 - 2c_1 \alpha (m_1 + m_2 + m_3) + \kappa^2))}; \\ B_2 &= \frac{(c_1 F_0 (\omega^2 b_2 m_3^2 (c_1 - \omega^2 m_1) - b_1 (\omega^2 b_2^2 (m_2 + m_3) - (c_2 - \omega^2 m_3) \delta)))}{\omega^2 (2\beta m_1 m_2^3 + \vartheta \delta^2 + \zeta^2 - 2\omega^2 m_1 \delta \zeta + \omega^2 b_2^2 (\vartheta (m_2 + m_3)^2 - 2c_1 \alpha (m_1 + m_2 + m_3) + \kappa^2))}. \end{aligned} \quad (5)$$

Коефіцієнти третьої маси (ударника):

$$\begin{aligned} A_3 &= \frac{c_1 F_0 (-\omega^4 b_1 b_2 m_2 m_3 + \omega^2 b_2^2 (-\alpha + \kappa) + c_2 (\omega^2 m_1 (\omega^2 m_2 m_3 - c_2 (m_2 + m_3)) - \zeta))}{\omega^2 (2\beta m_1 m_2^3 + \vartheta \delta^2 + \zeta^2 - 2\omega^2 m_1 \delta \zeta + \omega^2 b_2^2 (\vartheta (m_2 + m_3)^2 - 2c_1 \alpha (m_1 + m_2 + m_3) + \kappa^2))}; \\ B_3 &= \frac{c_1 F_0 (\omega^2 b_2 m_3 (-\omega^2 m_1 m_2 + c_1 (m_1 + m_2)) + b_1 (\omega^2 b_2^2 (m_2 + m_3) - \delta))}{\omega^2 (2\beta m_1 m_2^3 + \vartheta \delta^2 + \zeta^2 - 2\omega^2 m_1 \delta \zeta + \omega^2 b_2^2 (\vartheta (m_2 + m_3)^2 - 2c_1 \alpha (m_1 + m_2 + m_3) + \kappa^2))}. \end{aligned} \quad (6)$$

Враховуючи значення коефіцієнтів (4), (5), (6) та рівняння (3) визначаємо відповідні амплітуди коливання мас дробарки, рис.1. Значення параметрів дробарки (коливальні маси, жорсткості пружних систем, збурювальне зусилля) приймаємо на основі досліджень [3].

За умови, що коефіцієнт $b_1=b_2=1$, амплітудо-частотна характеристика буде мати наступний вигляд, рис. 2.

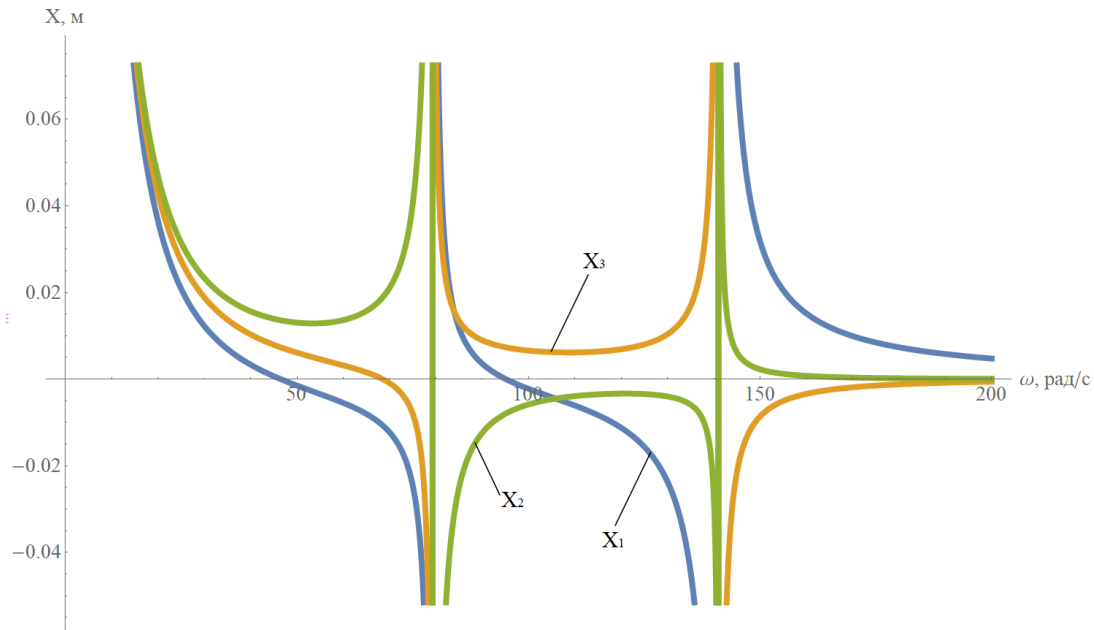


Рис. 2. Амплітудо-частотна характеристика коливань мас дробарки при $b_1=b_2=1$
 Fig. 2. Amplitude-frequency characteristic of the crusher mass oscillations at $b_1=b_2=1$

Для оцінки впливу на амплітуду коливань коефіцієнтів b_1 та b_2 були побудовані відповідні 3д графіки, рис. 3.

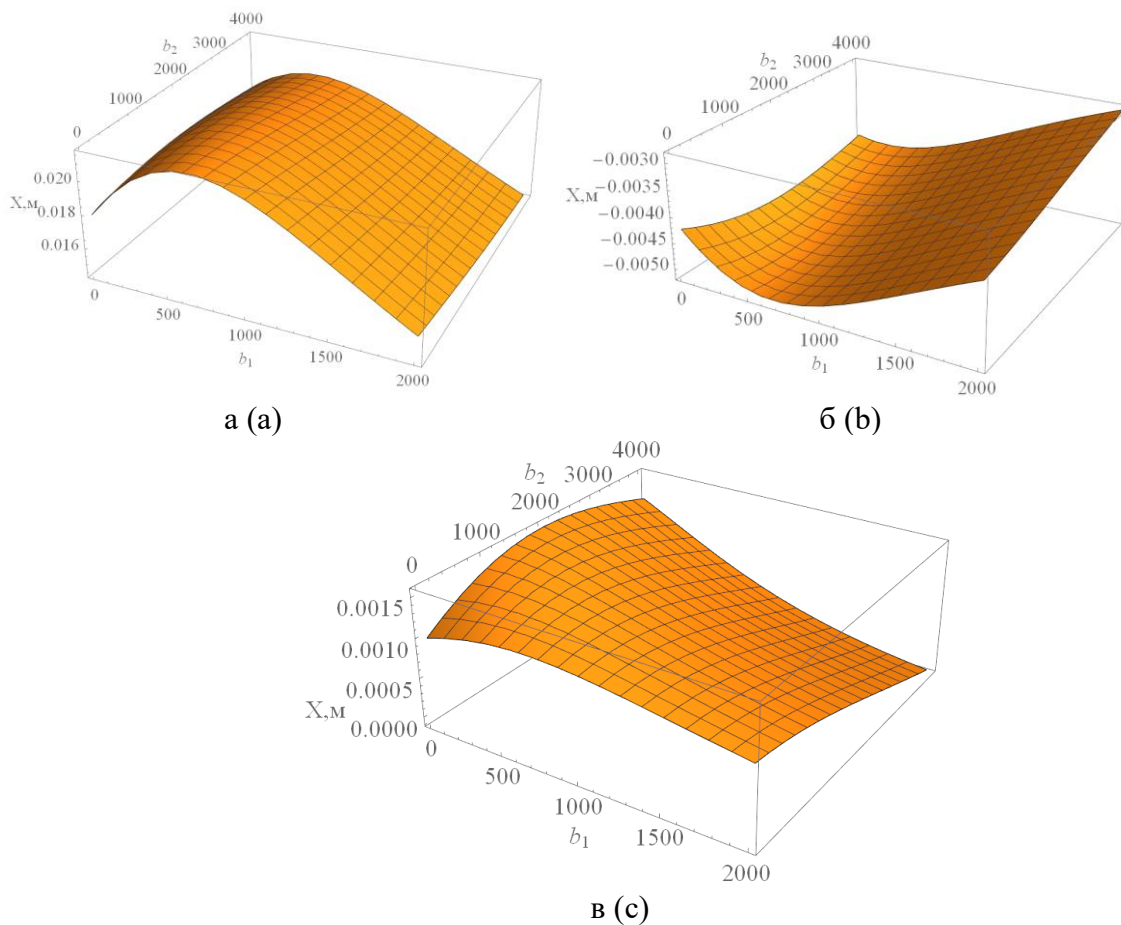


Рис. 3. Вплив коефіцієнтів b_1 та b_2 на амплітуду коливань мас дробарки
 Fig. 3. Influence of coefficients b_1 and b_2 on the amplitude of oscillations of the crusher masses

З графіків рис. 3 можна відмітити, що при збільшенні значень коефіцієнтів b_1 та b_2 амплітуда коливання мас дробарки також збільшується. Це збільшення відбувається до деякої точки в якій амплітуда досягає свого максимуму. Подальше збільшення значень коефіцієнтів b_1 та b_2 призводить до зменшення амплітуди до нуля. В точці максимальної амплітуди енергія, яку витрачає система через опір, компенсується збурюванням системи і ми отримуємо максимальну різницю між втратою енергії та її підкачкою. Як бачимо максимум амплітуди для коливальних мас знаходиться в межах $500 < b_1, b_2 < 600$. Тут слід відмітити, що для другої маси не має необхідності створювати максимальну амплітуду.

Враховуючи вище зазначене були побудовані відповідні амплітудо-частотні характеристики, рис. 4.

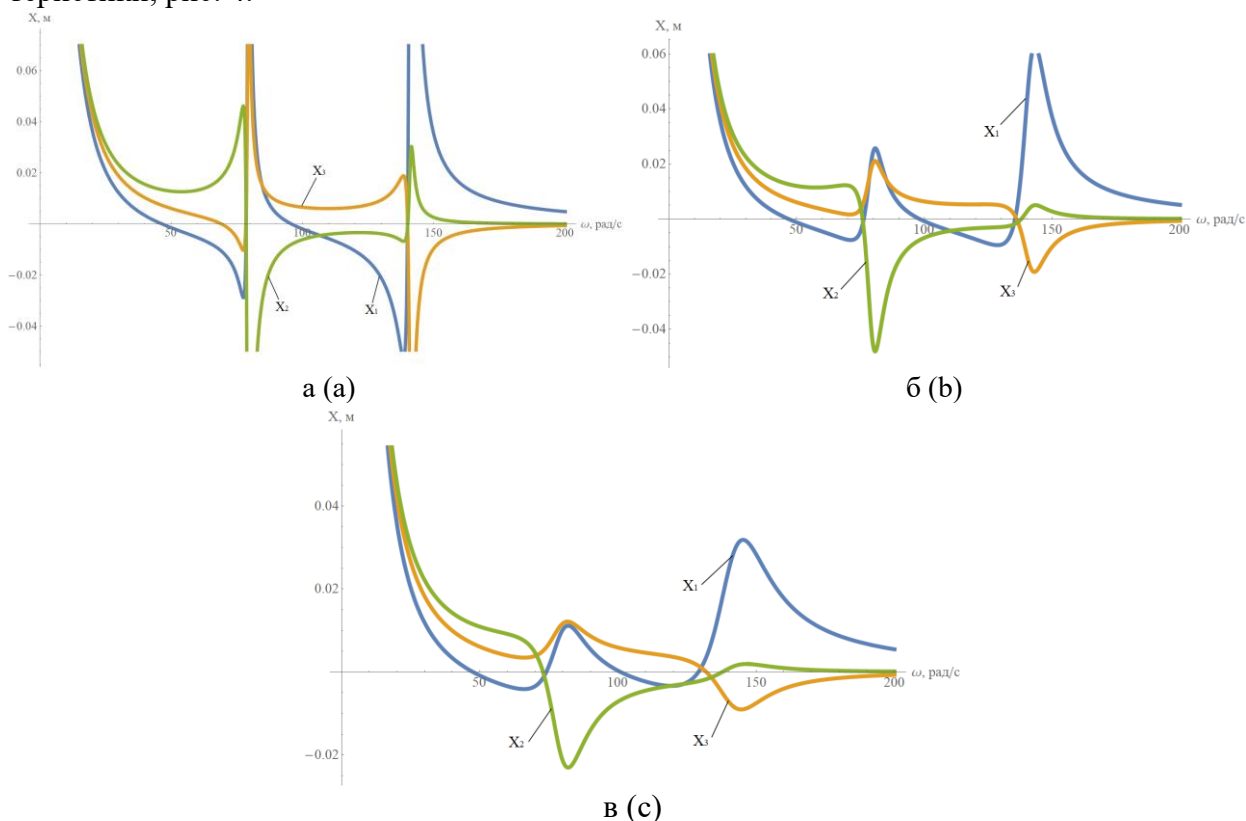


Рис. 4. Амплітудо-частотні характеристики вібраційної шоквої дробарки при:
а - $b_1=b_2=100$; б - $b_1=b_2=500$; в - $b_1=b_2=1000$.

Fig. 4. Amplitude-frequency characteristics of a vibrating jaw crusher at:
а - $b_1=b_2=100$; б - $b_1=b_2=500$; in - $b_1=b_2=1000$.

6. Обговорення результатів. При побудові графіків рис. 2 та рис. 4, приймалось спрощення, що коефіцієнти опору пружної системи 1 та 2 є рівними між собою. На графіку рис. 3, а, коефіцієнт b_2 не спричиняє значної коригувальної дії на амплітуду першої маси. Тут слід зазначити, що в цілому зміна коефіцієнтів опору пружної системи 1 та 2 в невеликих діапазонах не має сильного впливу на амплітуди коливальних мас. Точкою початку сильних відхилень амплітуд коливальних мас внаслідок дії дисипативних опорів для даної вібраційної дробарки можна вважати 100 і більше одиниць. Проте реальні значення коефіцієнтів опору можна отримати при проведенні експериментальних досліджень, на основі різниці затраченої та підведеної енергії. Ще одним важливим моментом є те що в дослідженні не розглядалися вільні затухаючі коливання, що є напрямком подальших досліджень.

7. Висновки. В роботі розглянуті рівняння руху коливальних мас вібраційної шоквої дробарки із врахування коефіцієнтів дисипативних опорів. На основі цих рівнянь побу-

довані відповідні амплітудо-частотні характеристики при різних значення коефіцієнтів дисипативних опорів. Визначені значення коефіцієнтів опорів при яких амплітуди коливання мас дробарки є максимальними.

Список використаних джерел:

1. Numbi, B. P. (2015). Optimal energy management of crushing processes in the mining industry (Doctoral dissertation, University of Pretoria). University of Pretoria Research Repository. <https://repository.up.ac.za/handle/2263/50747>.
2. Haldar, S. K. (2018). Mineral exploration: Principles and applications (2nd ed.). Elsevier.
3. Kelly, E. G., & Spottiswood, D. J. (1982). Introduction to mineral processing. John Wiley & Sons.
4. Sereda, B., Kruhliak, I., & Mukovska, D. (2021). The influence of parameters of crushing and sorting complex operation on the transport process of technological waste recycling routes. Bulletin of Dniprovsky State Technical University. Materials Science and Mathematical Modelling, (1), 128–133. [https://doi.org/10.31319/2519-8106.2\(45\)2021.247062](https://doi.org/10.31319/2519-8106.2(45)2021.247062).
5. Robert C. Dunne (2019) Mineral Processing & Extractive Metallurgy Handbook. Society for Mining, Metallurgy & Exploration, USA, p. 2258. ISBN 978-0-87335-385-4.
6. Taggart, A. F. (1998). Hand book of ore dressing (pp. 255–280). John Wiley & Sons, Inc.
7. Gupta, A., & Yan, D. (2016). Mineral processing: Design and operations (2nd ed.). Elsevier.
8. Bearman, R. T. Jaw and Impact Crushers. In SME Mineral Processing and Extractive Metallurgy Handbook; Society for Mining, Metallurgy, and Exploration, Inc.: Englewood, CO, USA, 2019; p. 367.
9. Nazarenko, I. I. (2010). *Prykladni zadachi teorii vibratsiinykh system: Navchalnyi posibnyk* (Applied problems of the theory of vibrational systems: A textbook) (2nd ed.). Kyiv: Vydavnychiy dim "Slovo". ISBN 978-966-194-019-1
10. Lanets, O. S. (2008). *Vysokoeffektyvni mizhrezonansni vibratsiini mashyny z elektromahnitnym pryvodom* (Teoretychni osnovy ta praktyka stvorennia): Monohrafiia (High-efficiency inter-resonant vibration machines with electromagnetic drive: Theoretical foundations and development practice). Lviv: Vydavnytstvo Natsionalnoho Universytetu "Lvivska Politehnika".
11. Nazarenko, I. I., & Mishchuk, Y. O. (2024). *Mekhanika mashyn i protsesiv podribnennia kam'ianykh materialiv: Monohrafiia* [Mechanics of machines and processes of stone material crushing: Monograph]. Kyiv: Vydavnytstvo Liudmyla. ISBN 978-617-555-256-8.