

УДК 621.396.6

DOI: <https://doi.org/10.32347/tb.2025-42.0514>¹Юрій Човнюк,кандидат технічних наук, доцент, <https://orcid.org/0000-0002-0608-0203>, e-mail: yhovnyuk@ukr.net²Андрій Задорожний,кандидат технічних наук, доцент, <https://orcid.org/0000-0002-1031-0585>, e-mail: zsnj1971@ukr.net¹Петро Чередніченко,доцент, <https://orcid.org/0000-0001-7161-661X>, e-mail: petro_che@ukr.net¹Ольга Остапущенко,кандидат технічних наук, доцент, <https://orcid.org/0000-0001-8114-349X>, e-mail: olga_ost_17@ukr.net¹Ігор Кравченко,<https://orcid.org/0000-0001-7077-1546>, e-mail: kim-ua@i.ua¹Київський Національний університет будівництва і архітектури, просп. Повітряних сил, 31, м. Київ, 03037, Україна²Військовий інститут танкових військ Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут», м. Харків,

ОЦІНКА ПАРАМЕТРІВ НЕСТАЦІОНАРНИХ КОЛИВАНЬ БУДІВЕЛЬНИХ МЕХАНІЗМІВ І МАШИН У ПРОЦЕСІ ЇХ ВІБРОВИПРОБУВАНЬ

АНОТАЦІЯ. При випробуваннях різноманітних будівельних механізмів і машин методом коливання частоти вони знаходяться під впливом (причому послідовним) вібрацій на усіх частотах заданого діапазону. Вибір режимів прискорених випробувань на вплив синусоїдальної вібрації при змінній частоті збудження вимагає визначення параметрів динамічних амплітудно-частотних характеристик (АЧХ) вказаних вище машин і механізмів. Приведені розв'язки диференціального рівняння руху вантажу при кінематичному збудженні й результати теоретичного дослідження АЧХ механічних систем з одним ступенем вільності рухів при нестационарних коливаннях. Визначені параметри динамічних АЧХ у залежності від швидкості сканування частоти. За результатами обробки даних отримані емпіричні залежності для знаходження величини максимального відносного коефіцієнта передачі за прискоренням, коефіцієнта зміщення частоти максимуму динамічної АЧХ відносно частоти власних коливань, коефіцієнта розширення динамічної резонансної смуги, коефіцієнта зміщення середньої частоти АЧХ відносно частоти власних коливань при експоненціальному й лінійному законах сканування частоти.

Ключові слова: будівельні механізми, машини, прискорені вібровипробування, синусоїдальна вібрація, нестационарні коливання, резонанс, амплітудно-частотні характеристики.

ESTIMATION OF PARAMETERS OF NON-STATIONARY VIBRATIONS OF CONSTRUCTION MECHANISMS AND MACHINES IN THE PROCESS OF THEIR VIBRATION TESTS

ABSTRACT. When various construction mechanisms and machines are tested by the frequency oscillation method, they are subjected to vibration (and sequentially) at all frequencies of the specified range. The choice of modes of accelerated tests for exposure to sinusoidal vibration at variable frequency excitation requires the determination of parameters of dynamic amplitude-frequency characteristics (AFC) of the above machines and mechanisms. The solutions of the differential equation of motion of the load at kinematic excitation and the results of theoretical study of AFC of mechanical systems with one degree of freedom of motion at unsteady oscillations are given. The parameters of dynamic AFC depending on the frequency scanning speed are determined. According to the results of data processing, empirical dependences for finding the value of the maximum relative acceleration transfer coefficient, the coefficient of displacement of the maximum frequency of the dynamic AFC relative to the frequency of natural oscillations, the coefficient of expansion of the dynamic resonance band, the coefficient of displacement of the average frequency of the AFC relative to the frequency of natural oscillations at exponential and linear laws of frequency scanning have been obtained.

Key words: construction mechanisms, machines, accelerated vibration tests, sinusoidal vibration, unsteady vibrations, resonance, amplitude-frequency characteristics.

1. Постановка проблеми. Вибір та оцінка параметрів нестационарних коливань механізмів і (гусеничних) будівельних машин у процесах їх прискорених вібровипробувань є доволі складною теоретичною та практичною задачею. Зокрема, при проведенні вказаних прискорених випробувань будівельних машин/механізмів з гусеничною ходюю необхідно змінювати частоту вібрацій (тобто, у цьому випадку частота вібровипробувань стає коливаючою). На об'єкт, який знаходиться в умовах прискорених вібровипробувань, суттєво впливають всі частоти заданого діапазону, котрі, у свою чергу, створюють послідовний вібраційний вплив. Вибір режимів таких випробувань нерозривно пов'язаний з визначенням цілої низки параметрів, зокрема, динамічних АЧХ будівельних машин і механізмів (особливо тих, які засновані на гусеничній ході). Тому нагальною є проблема створення адекватної фізико-механічної та математичної моделей прискорених вібровипробувань машин й механізмів вказаного вище класу. Саме обґрунтуванню й всебічному дослідженню таких моделей прискорених вібровипробувань і присвячена дана робота.

2. Аналіз публікацій по темі дослідження. Проблемі оцінки параметрів нестационарних коливань механічних систем, машин і механізмів присвячена велика кількість робіт [1-7], які, зокрема, детально вивчають різноманітні характеристики вказаних об'єктів, а також прискіпливо аналізують різними методами [2-4] особливості вимушених коливань, особливості руху вібромашин, деформованих систем при проходженні через резонанс [3, 5-7]. Однак, на думку авторів даного дослідження, проблемі оцінки параметрів нестационарних коливань будівельних механізмів і машин (на гусеничній ході), які слід доволі точно визначати при прискорених вібровипробуваннях, не приділено у сучасній науково-технічній літературі належної уваги. Автори даної роботи сподіваються, що вказані вище проблеми будуть частково вирішені саме у цьому дослідженні.

3. Мета роботи полягає у обґрунтуванні фізико-механічної та математичної моделей, які дозволять проводити оцінку параметрів нестационарних коливань (гусеничних) будівельних машин і механізмів у процесах їх прискорених вібровипробувань, при проходженні через резонанс, визначати з високою точністю АЧХ.

4. Виклад основного змісту дослідження. Вибір режимів прискорених вібровипробувань будівельних машин та механізмів на вплив синусоїдальної вібрації при змінній частоті збудження вимагає визначення параметрів їх динамічних амплітудно-частотних характеристик. Подамо будівельну машину чи механізм як систему із зосередженими параметрами, тобто використаємо їх дискретну модель, у якій лінійна механічна система з одним ступенем вільності руху складається з вантажу маси m на пружині жорсткості c й демпфера в'язкого тертя з коефіцієнтом демпфування μ .

Диференціальне рівняння руху вантажу при кінематичному збудженні (за рахунок руху основи, на яку спирається вантаж), має вигляд:

$$m \cdot \ddot{z} + \mu \cdot (\dot{z} - \dot{x}) + c \cdot (z - x) = 0, \quad (1)$$

де: z – абсолютне переміщення маси, x – переміщення основи.

Введемо у рівняння добротність механічної системи (будівельного механізму/машини) Q , кутову частоту власних недемпфованих коливань системи (ω_0). Після виділення у ліву і праву частини залежних від x та z величин рівняння (1) приймає наступний вигляд:

$$\ddot{z} + \frac{\omega_0}{Q} \cdot \dot{z} + \omega_0^2 \cdot z = \omega_0^2 \cdot x + \frac{\omega_0}{Q} \cdot \dot{x}. \quad (2)$$

Перейдемо далі від рівняння переміщень до диференціального рівняння прискорень. Двічі диференціюючи праву і ліву частини виразу (2), нехтуючи початковою фазою коливань й подаючи прискорення основи у комплексній формі

$$j_x = A_{jx} \cdot \exp(i \cdot \varphi(t)), \quad i^2 = -1, \quad (3)$$

отримаємо рівняння

$$\frac{d^2 j_z}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \cdot \frac{dj_z}{dt} + \omega_0^2 \cdot j_z = \omega_0 \cdot \left(\omega_0 + i \cdot \frac{\omega}{Q} \right) \cdot A_{jx} \cdot \exp[i \cdot \varphi(t)], \quad (4)$$

де j_z – прискорення маси. Частота збудження залежить від часу, а амплітуда прискорення основи постійна, тобто:

$$\omega = \dot{\varphi}(t), \quad A_{jx} = \text{const}. \quad (5)$$

Із урахуванням початкових умов $j_z = \frac{dj_z}{dt} = 0$ при $t = 0$ матимемо абсолютне прискорення системи у наступному вигляді:

$$j_z = \frac{\omega_0}{\omega^*} \cdot \int_0^t \left[\omega_0 + i \cdot \frac{\omega(\tau)}{Q} \right] \cdot A_{jx} \cdot \exp \left[\frac{\omega_0}{2Q} \cdot (\tau - t) + i\varphi(\tau) \right] \cdot \sin[\omega^*(t - \tau)] d\tau, \quad (6)$$

у котрому власна частота демпфованої системи:

$$\omega^* = \omega_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}. \quad (7)$$

Для визначення амплітуди абсолютного прискорення системи $A_{jz} = |j_z|$ за заданих прискорень основи A_{jx} в умовах нестационарних коливань знайдемо коефіцієнти передачі системи по прискоренню:

$$K_j = \frac{A_{jz}}{A_{jx}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}} \cdot \left| \int_0^t \left[\omega_0 + i \cdot \frac{\omega(\tau)}{Q} \right] \cdot \exp \left\{ \frac{\omega_0}{2Q} \cdot (\tau - t) + i \cdot \varphi(\tau) \right\} \cdot \sin \left[\omega_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}} \cdot (t - \tau) \right] d\tau \right|. \quad (8)$$

Знаючи дійсну $\text{Re } I$ та уявну $\text{Im } I$ частини інтегралу (8):

$$\text{Re } I = \int_0^t \exp \left[\frac{\omega_0}{2Q} \cdot (\tau - t) \right] \cdot \sin \left[\omega_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}} \cdot (t - \tau) \right] \cdot \left\{ -\frac{\omega(\tau)}{Q} \cdot \sin \varphi(\tau) + \omega_0 \cdot \cos \varphi(\tau) \right\} d\tau, \quad (9)$$

$$\text{Im } I = \int_0^t \exp \left[\frac{\omega_0}{2Q} \cdot (\tau - t) \right] \cdot \sin \left[\omega_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}} \cdot (t - \tau) \right] \cdot \left\{ \frac{\omega(\tau)}{Q} \cdot \cos \varphi(\tau) + \omega_0 \cdot \sin \varphi(\tau) \right\} d\tau, \quad (10)$$

можна обчислити коефіцієнт передачі за прискоренням:

$$K_I = \frac{\sqrt{(\text{Re } I)^2 + (\text{Im } I)^2}}{\sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}}. \quad (11)$$

Для практики вібровипробувань будівельних машин і механізмів найбільший інтерес становлять експоненціальний та лінійний закони сканування частоти збудження в інтервалі $f_n - f_b$ (тут f_n – нижня, f_b – верхня лінійна частота коливань відповідно).

Введемо поняття приведенного числа коливань, яке будемо визначати як відношення числа збуджуючих коливань у резонансній смузі до добротності. Для експоненціального та лінійного законів сканування частоти відповідно розрахунок виконуємо за формулами:

$$n_{1Q} = \frac{\omega_0}{Q^2 \cdot v_{1\omega} \cdot \ln 2}, \quad n_{2Q} = \frac{\omega_0}{Q^2 \cdot v_{2\omega}}, \quad (12)$$

де $v_{1\omega}, v_{2\omega}$ – швидкість сканування частоти відповідно для експоненціального та лінійного законів сканування.

Найважливішою характеристикою динамічних процесів при нестационарних коливаннях будівельних машин і механізмів є максимальне значення коефіцієнта передачі за прискоренням:

$$K_{j\max} = A_{jz\max} / A_{jx}. \quad (13)$$

Для отримання узагальненої залежності при різних добротностях Q зручно оперувати з відносним $K_{j\text{відн.}}$, котрий визначається як відношення $K_{j\max}$ при нестационарних коливаннях до значення $k_j = 0$ при стаціонарних (усталених) коливаннях:

$$K_{j\text{відн.}} = K_{j\max} / Q. \quad (14)$$

Розрахунки на ПЕОМ проводились при різних значеннях n_Q й добротності $Q = 10, 20, 40, 80, 160$ для експоненціального закону сканування частоти й $Q = 10, 20, 40, 80$ для лінійного закону. За результатами обробки даних отримані емпіричні залежності для знаходження величини максимального відносного коефіцієнта передачі за прискоренням, коефіцієнта зміщення частоти максимуму динамічної АЧХ відносно частоти власних коливань, коефіцієнта розширення динамічної резонансної смуги, коефіцієнта зміщення середньої частоти АЧХ відносно частоти власних коливань.

На рис. 1 надані АЧХ механічної системи (яка моделює будівельну машину/механізм у межах системи із зосередженими параметрами) за лінійного закону сканування частоти.

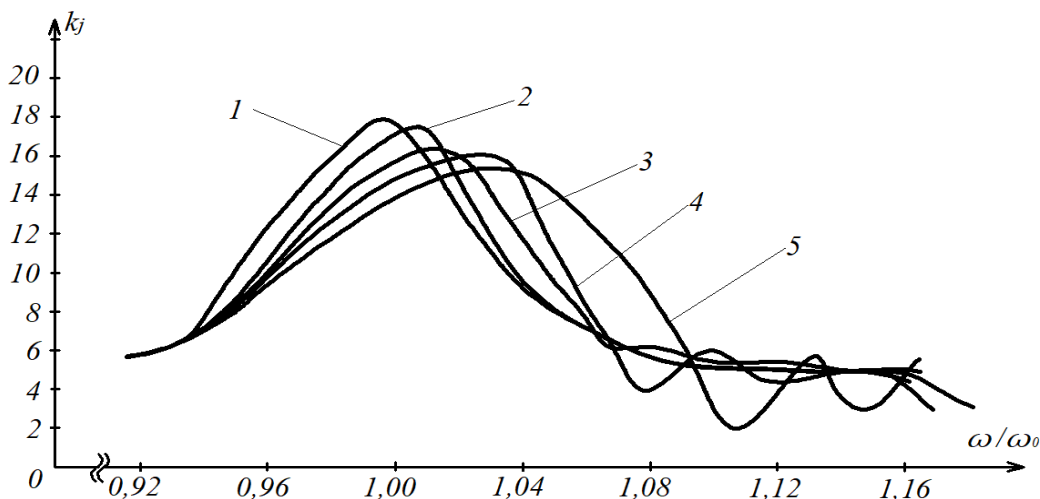


Рис. 1. АЧХ системи:

1 – стаціонарна АЧХ при усталених коливаннях; 2 – динамічна АЧХ при $n_{2Q} = 12,96$;

3 – при $n_{2Q} = 5,76$; 4 – при $n_{2Q} = 4,00$; 5 – при $n_{2Q} = 2,56$.

Fig. 1 Amplitude-frequency response of system

1 – stationary frequency response during steady oscillations; 2 – dynamic frequency response at $n_{2Q} = 12,96$;

3 – at $n_{2Q} = 5,76$; 4 – at $n_{2Q} = 4,00$; 5 – at $n_{2Q} = 2,56$.

Для реального резонатора (будівельної машини/механізму) з добротністю $Q = 98$, резонансною частотою $\omega_0 = 316,9$ Гц нестационарні коливання реєструвалися на запам'ятовуючому осцилографі. Збудження резонатора здійснювали у діапазоні $f_B = (290 - 341)$ Гц. Швидкість сканування частоти встановлювали рівною $v_{2\omega} = 10, 50, 100$ Гц/с. При постійній амплітуді прискорення столу вібростенда 57 м/с² вимірювали максимальну амплітуду прискорення резонатора у відносних одиницях. Також визначали амплітуду прискорення за усталених резонансних коливань, коли $f_B = f_H = f_{res}$ й $v_{2\omega} = 0$.

На рис.2 зображена осцилограма нестационарних коливань резонатора при швидкості сканування частоти $v_{2f} = 100$ Гц/с ($n_{2Q} = 1,31$).

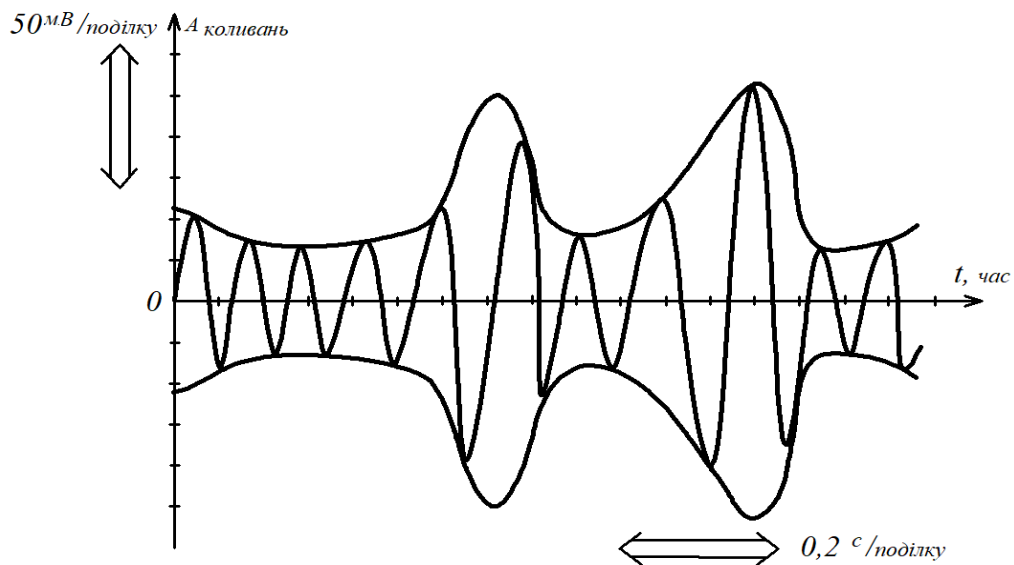


Рис. 2. Ескіз осцилограми нестационарних коливань резонатора будівельної машини (на гусеничній ході) при швидкості сканування частоти $v_{2f} = 100$ Гц/с $= v_{2\omega} = 628$ рад/с ($n_{2Q} = 1,31$)

Fig. 2 Sketch of the oscillogram of non-stationary oscillations of the resonator of a construction machine (on a crawler) at a frequency scanning speed $v_{2f} = 100$ Hz/s $= v_{2\omega} = 628$ rad/s ($n_{2Q} = 1,31$)

Висновки. 1. У роботі обґрунтована методика випробувань будівельних машин і механізмів методом коливання частоти, при використанні котрого вказані механічні системи знаходяться під впливом вібрацій на всіх частотах заданого діапазону.

2. Визначені основні параметри динамічних амплітудно-частотних характеристик (АЧХ) механічних систем при виборі режимів їх прискорених випробувань на вплив синусоїдальної вібрації при змінній частоті збудження.

3. Наведені розв'язки модельного диференціального рівняння руху механічної системи при кінематичному збудженні й результати експериментально-теоретичного дослідження АЧХ вказаних систем при нестационарних коливаннях.

4. Визначені параметри динамічних АЧХ у залежності від швидкості сканування частоти.

5. За результатами обробки даних отримані емпіричні залежності для знаходження величини максимального відносного коефіцієнта передачі по прискоренню, коефіцієнта зміщення частоти максимуму динамічної АЧХ відносно частоти власних коливань, коефіцієнта розширення частоти власних коливань, коефіцієнта розширення динамічної резонансної смуги, коефіцієнта зміщення середньої частоти АЧХ відносно частоти власних коливань при експоненціальному й лінійному законах сканування частоти.

6. Отримані у роботі результати можуть бути у подальшому використані для уточнення й вдосконалення існуючих інженерних методів оцінки параметрів нестационарних коливань будівельних механізмів і машин, інших механічних систем у процесах їх прискорених вібровипробувань як на стадіях моделювання/конструювання, так і у режимах реальної експлуатації.

Список використаних джерел

1. Arnold, V. I. *Mathematical Methods of Classical Mechanics*. – 2nd ed. – New York: Springer-Verlag, 1989. – 520 с. – (Graduate Texts in Mathematics; Vol. 60).
2. Lewis F.M. *Vibration During Acceleration Trough a Critical Speed*. *Translations of the ASME*. 1932/ Vol. 54. # 23. P. 253.
3. Tondl, A. To the problem of forced vibration at the passage through critical speed // *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*. – 1963. – Vol. 27, № 1. – P. 182–186.
4. Сандерс, Дж. А., & Верхюлст, Ф. Методи усереднення в нелінійних динамічних системах (2-е вид.). – Нью-Йорк: Шпрінгер, 2007.
5. Филипов, А. П., & Голоскоков, Е. Г. *Нестационарные колебания механических систем*. – К.: Наукова думка, 1966. – 336 с.
6. Филипов, А. П., & Голоскоков, Е. Г. *Нестационарные колебания деформованных систем*. – К.: Наукова думка, 1977. – 340 с.
7. Назаренко І.І., Кобижський М.Г. Дослідження руху вібромашин при проходженні через резонанс. *Техніка будівництва*. 2010. № 25. С. 20-23.
8. Джонсон, К. Х., & Адамс, В. Р. *Электромагнитные завады та сумісність в електронних системах*. – Нью-Йорк: Вайлі, 1993.
9. Лі, Т. Х., & Міллер, М. М. *Вібрації та удари в електроніці: Теорія та практика*. – Нью-Йорк: Мак-Гроу-Гілл, 1992.
10. Інман, Д. Дж. *Інженерні вібрації*. – Верхній Седдл Рівер, Нью-Джерсі: Пірсон, 2013.

References:

1. Arnold, V. I. (1989). *Mathematical methods of classical mechanics* (2nd ed., Vol. 60). New York, NY: Springer-Verlag.
2. Lewis F.M. *Vibration During Acceleration Trough a Critical Speed*. *Translations of the ASME*. 1932/ Vol. 54. # 23. P. 253.
3. Tondl, A. (1963). To the problem of forced vibration at the passage through critical speed. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 27(1), 182–186.
4. Sanders, J. A., & Verhulst, F. (2007). *Averaging methods in nonlinear dynamical systems* (2nd ed.). New York: Springer.
5. Filippov, A. P., & Goloskokov, E. G. (1966). *Nesatsionarnye kolivannya mekhanicheskikh system* [Non-stationary oscillations of mechanical systems]. Kyiv: Naukova Dumka..
6. Filippov, A. P., & Goloskokov, E. G. (1977). *Nesatsionarnye kolivannya deformovanykh system* [Non-stationary oscillations of deformable systems]. Kyiv: Naukova Dumka.
7. Nazarenko, I. I., & Kobyzhs'kyi, M. H. (2010). *Doslidzhennia rukhiv vibromashyn pry prokhozheni cherez rezonans* [Research of the motion of vibro-machines during resonance passage]. *Tekhnika budivnytstva*, 25, 20–23.
8. Johnson, C. H., & Adams, W. R. (1993). *Electromagnetic interference and compatibility in electronic systems*. New York: Wiley.
9. Lee, T. H., & Miller, M. M. (1992). *Vibration and shock in electronics: Theory and practice*. New York: McGraw-Hill.
10. Inman, D. J. (2013). *Engineering vibration*. Upper Saddle River, NJ: Pearson.