

¹Богдан Коробко,

доктор технічних наук, професор кафедри галузевого машинобудування та мехатроніки,
<https://orcid.org/0000-0002-9086-3904>, e-mail: korobko@nupp.edu.ua

¹Дмитро Бугров,

аспірант спеціальності 133 «Галузеве машинобудування», <https://orcid.org/0009-0000-4571-5147>,
e-mail: bugrov.dmitriy@gmail.com

¹Національний університет «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка», просп. Першотравневий 24, м. Полтава, 36011, Україна

ПАРАМЕТРИ ВІБРОАБРАЗИВНОГО ПРОЦЕСУ ТА ЇХНІЙ ВПЛИВ НА ЕФЕКТИВНІСТЬ ОБРОБКИ В ВІБРОУСТАНОВКАХ ІЗ АКТИВНИМ РОБОЧИМ ОРГАНОМ

АНОТАЦІЯ. У статті наведено та проаналізовано математичну модель віброабразивного процесу в установці з активним робочим органом, яка комплексно враховує локальні контактні взаємодії частинок абразиву з деталями та динамічні характеристики системи. Це дозволяє аналітично встановити взаємозв'язок між зміною значень основних параметрів процесу та продуктивністю обробки. Модель створена на основі теорії Герца-Міндіна з застосуванням рівнянь Лагранжа другого роду.

Визначені та обґрунтовані ключові параметри віброабразивного процесу — амплітуда вібрацій, кутлова швидкість обертання робочої камери, маса. Проведено аналіз їх впливу на продуктивність віброабразивної обробки.

Швидкість знімання матеріалу була визначена та обґрунтована як основний критерій що відповідає за продуктивність процесу та дозволяє кількісно оцінити його ефективність. Наведена формула швидкості знімання матеріалу забезпечує реалістичний опис процесу завдяки врахуванню контактних сил та відносних швидкостей частинок, враховуючи фізичні обмеження та демпфуючі ефекти.

Наведено формули оптимальних значень кожного з основних параметрів, коли продуктивність процесу при збільшенні їх значень перестає зростати через наявність фізичних обмежень, враховуючи умови відриву абразивної частинки від деталі.

Ключові слова: віброабразивна обробка, математична модель, контактна динаміка, ефект насичення, продуктивність.

PARAMETERS OF THE VIBROABRASIVE PROCESS AND THEIR IMPACT ON THE PROCESSING EFFICIENCY IN VIBRATORY INSTALLATIONS WITH AN ACTIVE WORKING ELEMENT

ABSTRACT. The article presents and analyzes a mathematical model of the vibratory abrasive process in a setup with an active working element, which comprehensively considers the local contact interactions between abrasive particles and workpieces as well as the dynamic characteristics of the system. This model enables an analytical determination of the relationship between changes in the main process parameters and the processing efficiency. The model is developed based on Hertz-Mindlin theory and employs the Lagrange equations of the second kind.

The key parameters of the vibratory abrasive process—vibration amplitude, angular velocity of the working chamber rotation, and mass—are identified and substantiated. Their influence on the efficiency of the vibratory abrasive process is analyzed.

The material removal rate is defined and justified as the primary criterion for process efficiency, allowing for a quantitative assessment of performance. The provided formula for the material removal rate offers a realistic description of the process by accounting for contact forces and relative particle velocities, considering physical constraints and damping effects.

Formulas for the optimal values of the main parameters are presented. These values correspond to the saturation points where further increases in parameter values cease to enhance process efficiency due to physical limitations, including conditions under which abrasive particles detach from the workpiece.

Keywords: *vibroabrasive processing, mathematical model, contact dynamics, saturation effect, productivity.*

1. Постановка проблеми. Віб्रोабразивна обробка є одним із ключових технологічних процесів у сучасній промисловості, оскільки її висока ефективність дозволяє отримувати задану якість при мінімальній собівартості одиниці виробу. Цей метод знайшов застосування в різних галузях, включаючи машинобудування, авіаційну та нафтогазову промисловість завдяки своїй універсальності.

Незважаючи на поширене застосування віб्रोабразивних установок, існуючі дослідження, що ґрунтуються переважно на емпіричних моделях, не повністю враховують специфічні ефекти процесу, зокрема насичення. Особливо це актуально для нових конструкцій віброобладнання, що мають активні робочі органи, і характеризуються більш складною поведінкою гранульованих середовищ у динамічних умовах.

Хоча класичні підходи до моделювання (метод дискретних елементів, теорія Герца-Міндліна) активно використовуються, рівняння Лагранжа для опису динамічних систем у віброабразивних процесах ще залишаються недостатньо вивченими. Використання цього підходу дозволить враховувати взаємодію між всіма узагальненими координатами та створювати більш точні та універсальні моделі.

Тому подальше дослідження закономірностей продуктивності обробки від зміни параметрів процесу та встановлення оптимальних значень дозволить ефективніше використовувати існуюче обладнання і створить підґрунтя для подальшого вдосконалення нових конструкцій віброабразивних установок.

2. Аналіз останніх джерел і публікацій. У сучасних дослідженнях віброабразивних процесів значна увага приділяється оптимізації параметрів для підвищення ефективності обробки та якості поверхні.

У роботах [1, 2] показано, що амплітуда коливань відіграє вирішальну роль у таких аспектах, як зняття матеріалу, рівномірність обробки та кінцева якість поверхні. Ці дослідження вказують, що при занадто малій амплітуді обробка стає нерівномірною, а ефективність зняття матеріалу значно знижується. Це пояснюється недостатньою енергією, що передається від абразивних часток до оброблюваної поверхні, що призводить до слабого контакту між частками та деталями. З іншого боку, надмірно висока амплітуда викликає значне підвищення кінетичної енергії частинок, що може спричинити механічні пошкодження, утворення мікротріщин або нерівностей на поверхні деталей.

У публікаціях [3, 4] пропонується враховувати такі фактори, як тип матеріалу деталей, форма і щільність абразивних частинок, ступінь заповнення робочої камери та швидкість її обертання. Науковці відзначають, що оптимізація амплітуди вібрацій дозволяє досягти найкращого компромісу між швидкістю обробки та якістю поверхні. Наприклад, для процесів полірування та галтування, найкращі результати досягаються при середніх значеннях амплітуди, які забезпечують стабільну контактну силу.

Впрацях [5, 6] фокусуються на окремих параметрах, таких як амплітуда, кутова швидкість або тиск, їхній комбінований вплив на продуктивність та якість обробки ще недостатньо вивчений. Наприклад, взаємодія між амплітудою вібрацій і масою абразиву може створювати нелінійні ефекти, які важко передбачити без комплексного моделювання.

Дослідження [7, 8] вказують на існування оптимальних значень параметрів, після яких ефективність процесу знижується (ефекти перенасичення). Проте механізми цих явищ досі не мають чіткого теоретичного обґрунтування, а також відсутні точні аналітичні методи для їх передбачення.

3. Мета роботи. Метою даної статті є обґрунтування ключових параметрів процесу віброабразивної обробки в установці з активним робочим органом. Теоретично дослідити та проаналізувати вплив визначених параметрів на основний показник ефективності обробки на основі запропонованої математичної моделі, зокрема на швидкість знімання матеріалу. Аналітично встановити значення параметрів процесу для забезпечення оптимального режиму віброабразивної обробки.

4. Обговорення результатів досліджень. У віброабразивному процесі взаємодія між частинками абразивного середовища та оброблюваною поверхнею визначається законами контактної механіки. Для опису цієї взаємодії застосовується модель Герца-Міндліна [9, 10], яка дозволяє врахувати як нормальні, так і тангенціальні сили контакту. Розрахункова схема приведена на рис. 1.

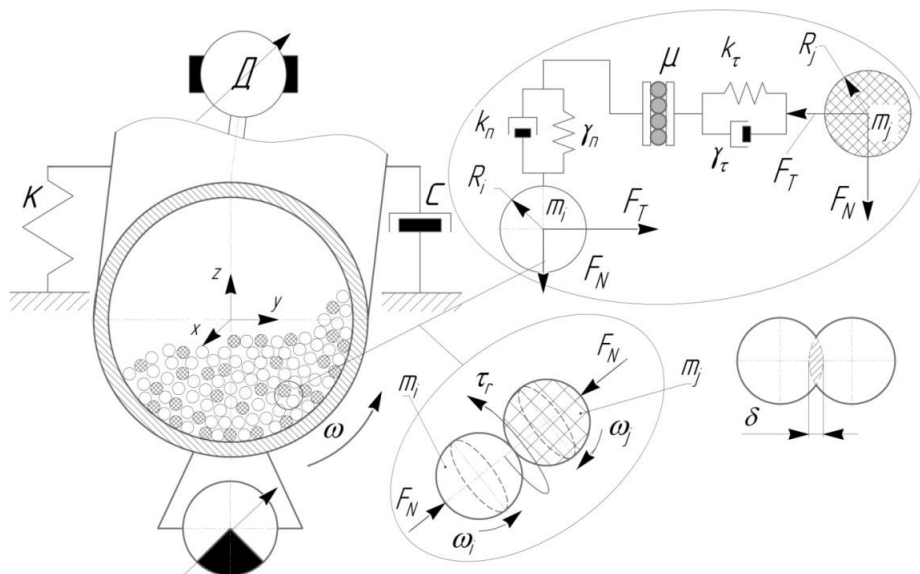


Рис.1. Розрахункова схема віброабразивної установки за активним робочим органом
Fig. 1. Computational scheme of the vibratory abrasive setup with an active working element

Згідно з законом Герца, нормальна сила F_N , що виникає в точці контакту, визначається глибиною проникнення δ :

$$F_N = k_N \delta^{3/2}, \quad (1)$$

де k_N - це коефіцієнт жорсткості контактної взаємодії, враховуючи модулі пружності та геометрію матеріалів. Він є фундаментальною складовою для розрахунків нормальної сили в моделі Герца, яка використовується для аналізу контактної механіки у віброабразивному процесі:

$$k_N = \frac{4}{3} E^* \sqrt{R}, \quad (2)$$

де δ — глибина проникнення, яка залежить від відносної швидкості частинок v_{rel} :

$$\delta = \left(\frac{3 \cdot m \cdot v_{rel}^2}{4 E^* R} \right)^{2/3} \quad (3)$$

$$v_{rel} = \sqrt{(2\pi fA)^2 + (\omega R_k)^2}, \quad (4)$$

де E^* — зведений модуль пружності матеріалів, R — зведений радіус контакту.

Тангенціальна сила F_T враховує тертя між частинками та моделюється як пропорційна нормальній силі:

$$F_T = \mu F_N, \quad (5)$$

де μ — коефіцієнт тертя між частинками.

Потенціальна енергія, асоційована з нормальними контактами, визначається як:

$$U_K = \frac{k_N}{5} \delta^{5/2}. \quad (6)$$

Контактні сили F_N і F_T , визначені моделлю Герца-Міндліна, інтегруються в потенціальну енергію U та формують узагальнені сили Q_i у рівняннях Лагранжа. Це дозволяє описати взаємодію локальних контактних сил із динамікою всієї системи.

Узагальнена сила Q_i для кожної узагальненої координати q_i визначається рівнянням Лагранжа з урахуванням принципу Д'аламбера:

$$Q_i = \frac{\partial T}{\partial q_i} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) + \frac{\partial U}{\partial q_i}. \quad (7)$$

У цьому дослідженні ключові параметри віброабразивного процесу можуть бути визначені як узагальнені координати в рамках формалізму Лагранжа. Це означає, що ці параметри не лише є основними змінними, які характеризують динаміку системи, але й безпосередньо впливають на енергії та сили в системі, а отже, визначають її поведінку.

Вибір узагальнених координат для аналізу динаміки віброабразивного процесу є важливим етапом, оскільки саме вони визначають точність і повноту моделі. Обґрунтований вибір трьох координат - амплітуда вібрацій A , кутова швидкість обертання ω та маса m . Їхній вибір зумовлений здатністю цих параметрів найкраще описувати фізичні явища, що впливають на ефективність обробки, та враховувати всі ключові аспекти динаміки системи.

Амплітуда вібрацій A перша узагальнена координата, оскільки вона безпосередньо визначає рівень збурення частинок і їхню кінетичну енергію. Вона дозволяє врахувати траєкторію руху частинок, яка є оптимальною для передавання енергії від вібратора до частинок та забезпечення інтенсивності контакту з оброблюваною поверхнею. Хоча частота вібрацій f також впливає на систему, вона врахована через залежність кінетичної енергії від виразу $(2\pi f A)^2$, що робить амплітуду більш інтуїтивно зрозумілим і зручним параметром для аналізу.

Кутова швидкість обертання ω є другою узагальненою координатою, що визначає вплив відцентрових сил на частинки в камері. Цей параметр безпосередньо контролює розподіл частинок у просторі та їхнє переміщення відносно оброблюваної поверхні. Інші параметри, такі як момент інерції або радіус камери, мають постійний характер і лише опосередковано впливають на динаміку системи, що робить їх менш важливими для включення до моделі.

Маса m є третьою узагальненою координатою, що впливає на енергетичні та контактні характеристики системи. Важливо зазначити, що під масою мається на увазі саме маса абразивних частинок, оскільки саме вона безпосередньо впливає на швидкість знімання матеріалу. З метою спрощення моделі, приймаємо, що маса оброблюваних деталей є сталою величиною, яка впливає на конструктивні аспекти процесу, але не є змінною для експерименту. Маса пов'язана з загальною кількістю частинок у камері, а отже, і загальною кількістю контактів між абразивними частинками та поверхнею деталей. Цей параметр пропорційний ефективній площі обробки, адже більша маса забезпечує більше точок контакту. Крім того, маса визначає момент інерції системи та впливає на кінетичну енергію частинок, яка передається через вібрації та обертання. Використання маси дозволяє адаптувати модель до різних типів абразивних матеріалів, незалежно від їхньої форми чи об'єму, легко визначати стандартними лабораторними вагами.

Таким чином, обрані координати забезпечують опис динаміки системи. Вони дозволяють врахувати як збурення частинок вібраційною силою, так і їхній розподіл та контактну взаємодію під впливом обертання й заповнення камери. Інші параметри є або похідними, або мають менший вплив на ключові механічні процеси.

Для кожної узагальненої координати q_i визначимо відповідні узагальнені сили Q_i , які залежать від зовнішніх сил і взаємодій у системі. Узагальнені сили обчислюються як проекції всіх сил, що діють на систему, на напрямок відповідної узагальненої координати:

$$Q_i = \sum \vec{F}_j \frac{\partial \vec{r}_j}{\partial q_i}, \quad (8)$$

де $\vec{F}_j$ — зовнішня сила, що діє на систему, $\partial \vec{r}_j$ — радіус-вектор для кожної точки системи.

Узагальнена сила амплітуди вібрацій A складається з сил, створених вібраційним механізмом та демпфування вібрацій через опір середовища:

$$Q_A = F_e + F_o = m(2\pi f)^2 \cdot A - b_A \dot{A}, \quad (9)$$

Узагальнена сила кутової швидкості обертання ω складається з двох моментів – відцентрового та тертя в механізмі обертання:

$$Q_\omega = M_e + M_m = \int_0^{R_k} m\omega^2 r dr - b_\omega \omega = \frac{1}{2} M_k \omega^2 R_k^2 - b_\omega \omega. \quad (10)$$

де r — це відстань від осі обертання камери до частинки або середнє положення частинок у камері. Його значення залежить від конструкції робочої камери, положення частинок і налаштувань системи і може бути виражений як:

$$r = \frac{D}{2} \cdot \eta, \quad (11)$$

де η — коефіцієнт, що враховує положення частинок (наприклад, середнє значення $\eta = 0,7$ для частинок, розташованих ближче до стінок камери), D — діаметр робочої камери.

Коефіцієнти b_A і b_ω у формулах (9,10) є емпіричними параметрами, які враховують дисипацію в системі на макрорівні та необхідні для адекватного опису динаміки. Параметри b_A та b_ω описують в'язкий, опір абразивного середовища при рухах частинок, термічні втрати в механізмі. Фізично вони характеризують швидкість затухання амплітуди та кутової швидкості відповідно за відсутності зовнішнього збурення.

Узагальнена сила маси Q_m складається з контактних сил та гравітації:

$$Q_m = F_{\text{конт}} + F_g = m_a \cdot (2\pi fA)^2 + \omega^2 \cdot r + m_a \cdot g, \quad (12)$$

де m — маса частинок.

Для кожної координати розглянемо кінетичну T і потенціальну U енергії.

Амплітуда вібрацій A . Кінетична енергія:

$$T_A = \frac{1}{2} m (2\pi fA)^2, \quad (13)$$

Потенціальна енергія:

$$U_A = \frac{1}{2} k A^2, \quad (14)$$

де A — амплітуда вібрацій, f — частота, k — коефіцієнт пружності.

Кутова швидкість обертання ω . Кінетична енергія:

$$T_\omega = \frac{1}{2} \cdot \underbrace{\left(\frac{1}{2} M_k \cdot R_k^2 \right)}_I \cdot \omega^2, \quad (15)$$

де I — момент інерції камери, ω — кутова швидкість.

Для обертального руху потенціальна енергія відсутня, оскільки рух не пов'язаний із пружними чи гравітаційними силами.

Маса . Кінетична енергія.

Рух частинки складається з сил гравітації та контактних складових:

$$T_m = \frac{1}{2} m \left((2\pi f A)^2 + (\omega r)^2 \right). \quad (16)$$

Потенціальна енергія враховує вплив момент інерції:

$$U = \frac{1}{2} I \cdot m \cdot r^2 \cdot \omega^2, \quad (17)$$

Підставимо всі відомі складові для кожної узагальненої координати в рівняння Лагранжа (7), і отримаємо вирази для кожної із координат.

Амплітуда вібрацій:

$$m(2\pi f)^2 \ddot{A} + kA = m(2\pi f)^2 A - b_A A. \quad (18)$$

Кутова швидкість обертання ω :

$$\frac{1}{2} M_k R_k^2 \ddot{\omega} = \frac{1}{2} M_k R_k \omega^2 - b_\omega \omega. \quad (19)$$

Маса m :

$$m \cdot g + m \cdot (2\pi f A)^2 + \omega^2 r = \frac{1}{2} (2\pi f A)^2 + (\omega r)^2 - \frac{1}{2} r^2 \omega^2. \quad (20)$$

Отримані рівняння Лагранжа є математичним інструментом для аналізу динаміки віброабразивного процесу. Вони враховують кінетичну, потенціальну енергії та зовнішні сили, що діють у системі, дозволяючи встановити зв'язок між ключовими параметрами процесу. Вони можуть використовуватися для визначення оптимальних значень цих параметрів та аналізу ефектів насичення системи.

Швидкість знімання матеріалу була обрана як основний критерій продуктивності, оскільки вона є прямим показником ефективності віброабразивного процесу. На відміну від інших характеристик, таких як якість поверхні чи енерговитрати, швидкість знімання є універсальним критерієм, який підходить для широкого спектра матеріалів і умов обробки. Крім того, швидкість знімання легко вимірюється і використовується для порівняння різних режимів роботи, що робить її зручною як для теоретичного аналізу, так і для практичного застосування. Обрання цього критерію також дозволяє врахувати не тільки локальні фактори, такі як контактна взаємодія частинок, але й глобальні характеристики системи, зокрема динамічні режими та вплив геометричних і енергетичних параметрів.

Швидкість знімання матеріалу є основним показником, який відповідає за баланс між продуктивністю процесу та ефективністю використання ресурсів, що робить її ключовим параметром у моделюванні та оптимізації віброабразивного процесу і записується:

$$V = k \cdot m \cdot \sqrt{(2\pi f A)^2 + (\omega r)^2} \cdot e^{-\alpha(A-A_{onm})^2} \cdot e^{-\beta(\omega-\omega_{onm})^2} \cdot e^{-\gamma(m-m_{onm})^2}, \quad (21)$$

де k — коефіцієнт ефективності обробки, що враховує матеріал деталі, абразиву та конструкцію установки.

Формула демонструє, що швидкість знімання матеріалу є функцією динамічних параметрів системи та матеріалів. Максимальна продуктивність досягається, коли всі параметри A , ω , m знаходяться поблизу їхніх оптимальних значень.

На рис. 2 наведено ілюстративний графік, побудований на основі теоретичних розрахунків, який показує взаємозв'язок між ключовими параметрами процесу та оптимальними режимами роботи.

Оптимальну амплітуду $A_{\text{опт}}$ можна визначити аналітично, використовуючи фізичні властивості системи та рівновагу сил, які діють на частинки. Основна ідея полягає у знаходженні такої амплітуди, за якої відцентрові сили й інерційні ефекти вібрацій перевищують сили контакту, які утримують частинку на оброблюваній поверхні.

Запишемо умови відриву частинки. Частинка відривається від поверхні, коли сума інерційної сили через вібрації $F_{\text{віб}}$ і відцентрової сили F_c перевищує нормальну контактну силу F_N :

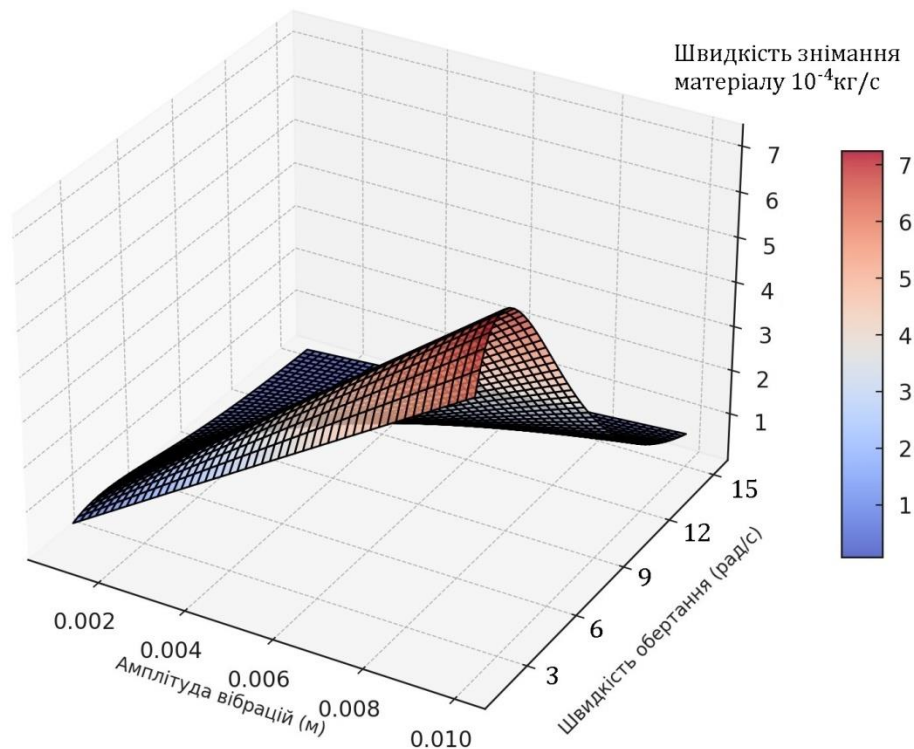


Рис.2. Графік залежності зміни швидкості знімання матеріалу від параметрів процесу
Fig. 2. Graph of the dependence of material removal rate on process parameters

$$F_{\text{віб}} + F_c > F_N. \quad (22)$$

Підставимо у рівняння відповідні величини:

$$m \cdot (2\pi f)^2 \cdot A_{\text{онм}} + m \cdot \omega^2 \cdot r = k_N \cdot \left(\frac{m \cdot v^2}{E^* R} \right)^{3/2}. \quad (23)$$

Для спрощення припустимо, що v у рівнянні можна апроксимувати домінуючим членом $2\pi f A_{\text{опт}}$, тоді:

$$A_{\text{онм}} = \frac{k_N^{2/3} \cdot \left(\frac{m}{E^* R} \right) \cdot \left(\frac{1 + \omega^2 r}{(2\pi f)^2} \right)}{(2\pi f)^2}. \quad (24)$$

Оптимальну кутову швидкість $\omega_{\text{опт}}$ можна визначити аналогічно, враховуючи баланс сил, які діють на частинку в обертовій камері. Оптимальна кутова швидкість відповідає стану, коли відцентрова сила починає домінувати. Частинка починає віддалятися від поверхні, коли відцентрова сила F_c перевищує нормальну контактну силу F_N :

$$F_c > F_N. \quad (25)$$

$$m \cdot \omega_{onm}^2 \cdot r = k_N \cdot \left(\frac{m \cdot \left((2\pi fA)^2 + (\omega_{onm} r)^2 \right)}{E^* R} \right)^{3/2}. \quad (26)$$

Припустимо, що $(2\pi fA)^2$ є малим порівняно з $\omega_{onm} r^2$ для випадків, коли кутова швидкість домінує, тоді:

$$m \cdot \omega_{onm}^2 \cdot r = k_N \cdot \left(\frac{m \cdot (\omega_{onm} r)^2}{E^* R} \right)^{3/2}. \quad (27)$$

$$\omega_{onm} = \sqrt{\frac{E^* R}{k_N^{2/3} \cdot r^2}}. \quad (28)$$

де ω , відцентрові сили F_c перевищують сили утримання частинок у контакті, і похідна прямує до зменшення.

Формула для оптимального значення маси:

$$m_{onm} = \frac{1}{g} \sqrt{\left(\frac{4}{3} E^* \cdot R^{1/2} \delta^{3/2} \right)^2 + \left(\mu \cdot \frac{4}{3} E^* \cdot R^{1/2} \delta^{3/2} \right)^2} \quad (29)$$

В ній враховано коефіцієнт тертя μ , модуль пружності E^* , контактний радіус R . Це дозволяє моделювати процес для різних матеріалів деталей і абразиву.

5. Висновки. У статті проаналізовано наведену математичну модель віброабразивного процесу, яка інтегрує принцип Лагранжа та контактну теорію Герца-Міндіна. Цей підхід дозволив комплексно описати динамічну взаємодію абразивних частинок із поверхнею деталі, враховуючи ключові параметри: амплітуду вібрацій, кутову швидкість обертання камери та масу абразиву. Отримані аналітичні залежності підтверджують наявність ефектів насичення, які обмежують швидкість знімання матеріалу при надмірному збільшенні одного з параметрів.

Встановлено, що амплітуда вібрацій значно впливає на деформацію частинок у контакті. Оптимальне значення амплітуди визначається через баланс між контактною силою та відцентровим прискоренням, при цьому перевищення цієї межі призводить до втрати контакту частинок із деталлю, що знижує швидкість знімання матеріалу. Кутова швидкість обертання впливає на розподіл частинок у камері, і при перевищенні оптимальної швидкості створює надмірну відцентрову силу, яка зменшує взаємодію частинок із оброблюваною поверхнею. Для маси абразиву встановлено, що її надмірне збільшення спричиняє зменшення взаємного відносного руху частинок і зниження ефективності процесу в цілому.

Запропонований підхід дозволяє врахувати фізико-механічні властивості абразивного матеріалу (модуль пружності, тертя), конструктивні характеристики камери (радіус) і динамічні характеристики системи (амплітуда, швидкість обертання). Результати дослідження можуть застосовуватись для широкого спектру віброабразивного обладнання з можливістю адаптації розрахунків до різних конструктивних рішень.

Список використаних джерел:

1. Чубик Р. В., Ярошенко Л.В. (2011). Керовані вібраційні технологічні машини. Монографія. Вінниця: ВНАУ, 355 с.
2. Берник П. С., Ярошенко Л.В. (1998). Вібраційні технологічні машини з просторовими коливаннями робочих органів. Вінниця, 116с.

3. Коробко Б.О., Бугров Д. Ю. (2024). Розробка конструкції установки для віброабразивної обробки поверхонь декоративних елементів з активним робочим органом. Вібрації в техніці та технологіях. Вінниця. Випуск 1/2024,(112), 78-82 <https://doi.org/10.37128/2306-8744-2024-1>
4. Lyashuk, O., Mytnyk, M., Aulin, V., et al. (2024). Mathematical model of vibration-centrifugal processing of parts using loose abrasive. Key Engineering Materials, 981, 87–106. <https://doi.org/10.4028/p-WHu4HR>
5. Бугров Д. Ю. (2024). Аналіз досліджень та сучасних методів моделювання процесів віброабразивної обробки деталей. Вісник КрНУ імені Михайла Остроградського. Випуск 5/2024, (148), 78–82 <https://doi.org/10.32782/1995-0519.2024.5.11>
6. Liu, W., Wang, S., Jiang, Q., et al. (2022). Study on the motion characteristics of abrasive media in vibratory finishing. Journal of Physics: Conference Series, 2198. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/2198/1/012035>
7. Wan, S., Liu, Y. C., Woon, K. (2016). A simple general process model for vibratory finishing. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 86, 2393–2400. <https://doi.org/10.1007/S00170-016-8379-9>.
8. Hashimoto, F., Johnson, S. P., Chaudhari, R. (2016). Modeling of material removal mechanism in vibratory finishing process. CIRP Annals-Manufacturing Technology, 65, 325–328. <https://doi.org/10.1016/J.CIRP.2016.04.011>
9. Mindlin, R.D. (1949). Compliance of elastic bodies in contact. Journal of Applied Mechanics, ASME, 16, 259–268.
10. Johnson, K.L. (1987). Contact mechanics. Cambridge: Cambridge University Press.

References:

1. Chubik R. V., Yaroshenko L. V. (2011). Kerovani vibratsiyni tekhnolohichni mashyny. [Controlled vibrational technological machines]: Monograph. Vinnytsia: VNAU. 355 p. ISBN 978-966- 2462-35-7. [in Ukrainian].
2. Bernyk P. S., Yaroshenko L. V. (1998). Vibratsiyni tekhnolohichni mashyny z prostorovymy kolyvanniam y robochyykh orhaniv. [Vibrational technological machines with spatial oscillations of working bodies]: Vinnytsia. 116 p. [in Ukrainian].
3. Korobko B., Buhrov D. (2024). Rozrobka konstruktzii ustanovky dlia vibroabrazivnoi obrobky poverkhon dekoratyvnykh elementiv z aktyvnym robochym orhanom [Development of a setup for vibratory abrasive treatment of surfaces of decorative elements with an active working tool]. Vibrations in engineering and technology. Vinnitsa. № 1 (112). P. 5-10 [in Ukrainian] <https://doi.org/10.37128/2306-8744-2024-1>
4. Lyashuk, O., Mytnyk, M., Aulin, V., et al. (2024). Mathematical model of vibration-centrifugal processing of parts using loose abrasive. Key Engineering Materials, 981, 87–106. <https://doi.org/10.4028/p-WHu4HR>
5. Buhrov D. (2024). Analiz doslidzhen ta suchasnykh metodiv modeliuvannia protsesiv vibroabrazivnoi obrobky detaliv. [Analysis of research and modern modeling methods for vibratory abrasive processing of parts] Visnyk KrNU imeni Mykhaila Ostrohradskoho. vol. 5/2024 (148). p.p. 78–82 [in Ukrainian] <https://doi.org/10.32782/1995-0519.2024.5.11>
6. Liu, W., Wang, S., Jiang, Q., et al. (2022). Study on the motion characteristics of abrasive media in vibratory finishing. Journal of Physics: Conference Series, 2198. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/2198/1/012035>
7. Wan, S., Liu, Y. C., Woon, K. (2016). A simple general process model for vibratory finishing. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 86, 2393–2400. <https://doi.org/10.1007/S00170-016-8379-9>.
8. Hashimoto, F., Johnson, S. P., Chaudhari, R. (2016). Modeling of material removal mechanism in vibratory finishing process. CIRP Annals-Manufacturing Technology, 65, 325–328. <https://doi.org/10.1016/J.CIRP.2016.04.011>
9. Mindlin, R.D. (1949). Compliance of elastic bodies in contact. Journal of Applied Mechanics, ASME, 16, 259–268.
10. Johnson, K.L. (1987). Contact mechanics. Cambridge: Cambridge University Press.