УДК 666.9.033
DOI https://doi.org/10.32347/tb.2023.2-39.0204

Микола Ручинський,
кандидат технічних наук,
професор кафедри машин і обладнання технологічних процесів
Київский національний університет будівництва і архітектури
просп. Повітрофлотський 31, м. Київ, 03037, Україна
ORCID: http://orcid.org/0000-0002-9362-292X
E-mail: ruchynskyi.mm@knuba.edu.ua

ВИЗНАЧЕННЯ ПРУЖНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ВІБРОСИСТЕМ БУДІНДУСТРІЇ

АНОТАЦІЯ. *Розглянуто моделювання складних динамічних систем зі змінними характеристиками пружних елементів та отримані аналітичні залежності для реалізації багато режимних суб- і суперрезонансів і запропонована карта стійкості віброударних машин.*

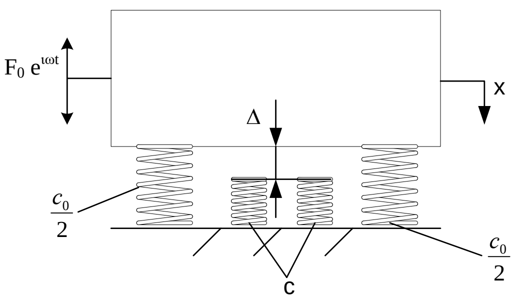
Ключові слова: *резонанс, зона стійкості, віброударна система, пружність, пружні елементи.*

DETERMINATION OF ELASTIC CHARACTERISTICS OF BUILDING INDUSTRY VIBRATION SYSTEMS

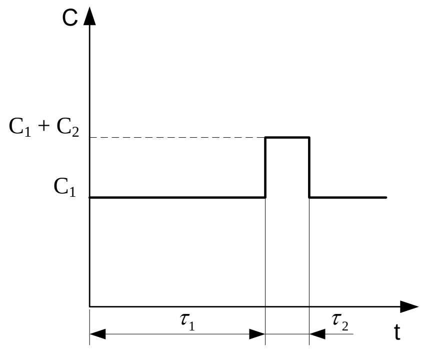
ABSTRACT. *The design of the difficult dynamic systems is examined with removable descriptions of resilient elements and analytical dependences are got for realization of multimode resonances and the card of stability of vibration of shock machines is offered.*

Keywords: *resonance, zone of stability, vibroshock system, elasticity, elastic elements.*

1. Постановка проблеми. Одним з можливих шляхів підвищення технологічного процесу є створення вібромашини, в конструкції якої передбачено параметр, що змінюється в часі, наприклад, використання додаткового пружного елементу [1].



а



б

Рис. 1. Узагальнена віброударна система (а) і зміна пружності за період (б)

Таке рішення дає можливість отримати стійкі режими руху, в яких реалізуються як основний так і суб- і суперрезонанс, вивчення і встановлення яких має практичний інтерес. Обумовлюється це тим, що відкриваються нові потенційні можливості для передачі частот, відмінних від основної, що значно підвищує ефективність робочого процесу. Розглянемо наведену гібридну динамічну систему (рис.1, а), в якій коливання зв'язані з періодичною залежністю від часу параметра пружності (рис.1, б).

2. Моделювання та методика досліджень. Розглянемо наведену гібридну динамічну систему (рис.1, а), в якій коливання зв'язані з періодичною залежністю від часу параметра жорсткості (рис.1, б). Математичне визначення цього класу коливань зазвичай дається для систем, рівняння руху яких зводяться до звичайних рівнянь у часі (параметричні коливання). В прийнятій розрахунковій схемі (рис. 1,а) під *m* розуміється приведена маса вібросистеми, що включає в себе масу машини, що коливається, і реактивний опір середовища:

$$m = m_{р.о.} + m'_{б}, \quad m_{р.о}$$

де $m_{\text{р.о.}}$ - маса робочого органу;

$$m'_c = \frac{\dfrac{ES}{\omega^2}\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\left(-n^2\omega^2\right)\sqrt{\mu^2+\nu^2}\cos\left[n\omega t + \operatorname{arctg}\left(-\dfrac{d_n}{a_n}\right)\right]\dfrac{N_{11}}{n}}{\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\left(-n^2\omega^2\right)\sqrt{\mu^2+\nu^2}\cos\left[n\omega t + \operatorname{arctg}\left(-\dfrac{d_n}{a_n}\right)\right]}, \quad (1)$$

де

$$N_{11} = \frac{\alpha_{11} sh(2\alpha_{11}h) - \beta_{11}\sin(2\beta_{1n}h)}{ch(2\alpha_{1n}h) + \cos(2\beta_{1n}h)};$$

$$\alpha_{1n} = \frac{n\omega}{c_в\sqrt[4]{1+\gamma^2}} cos\left[\frac{1}{2}arctg(-\gamma)\right];$$

$$\beta_{1n} = \frac{n\omega}{c_в\sqrt[4]{1+\gamma^2}}\sin\left[\frac{1}{2}arctg(-\gamma)\right].$$

Тимчасові відрізки (рис.1,б) τ_1 і τ_2 представляють відповідно час руху маси без контакту з пружними обмежниками коливань, пружністю *c* і в контакті з цими елементами. Очевидно, що $T = \tau_1 + \tau_2$.

Розглянемо підхід, суть якого лежить в оцінці середньої за період *T* пружності *c* [2].

$$c = \frac{1}{T}\int_0^T c(t)dt = \frac{1}{T}\left\{\int_o^{\tau_2}(c_1+c_2)dt + \int_{\tau_2}^{T} c_1 dt\right\} = c_1 + c_2\frac{\tau_2}{T}. \quad (2)$$

Тут відлік часу приймається з моменту контакту двох мас, що взаємодіють (рис.1). Підхід, що виражений у вигляді [2], дозволяє апроксимувати даний закон $c(t)$ функцією

$$c(t) \approx c_1 + c_x\cos\left(\frac{\pi}{2\tau_2}t\right). \quad (3)$$

Прийнятий запис обґрунтовується тим, що «прямокутний сплеск» $c(t)$ (рис.1,а) на ділянці 0<*t*<*1* можна описати косинусоідальною функцією, і так як $\cos\omega t \to 0$ при $t = \frac{1}{4}T$, то вибираючи $\tau_2 = \frac{1}{4}T$, будемо мати, що $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{4\tau_2} = \frac{\pi}{2\tau_2}$. Для знаходження залежності для c_x будемо виходити з тотожності (2) і (3), маючи на увазі зміну $c(t)$ як середню за період *T*:

$$\frac{1}{T}\int_0^T\left[c_1 + c_x\cos\left(\frac{\pi}{2\tau_2}t\right)\right]dt = c_1 + c_2\frac{\tau_2}{T}. \quad (4)$$

Розв'язавши (4), отримаємо:

$$c_x = -\frac{\pi\cdot c_2}{2\sin\left(\dfrac{\pi}{2\tau_2}T\right)}. \quad (5)$$

Знак « – » вказує, що значення синуса, що розглядаються, лежать в 3-й і 4-й чвертях $\frac{\pi}{2}\frac{T}{\tau_2} > \pi$, відповідно, завжди c_x>0. Дійсно, використовуючи дослідні дані [1,3,4]., будемо мати $\frac{\tau_2}{T} = \frac{\tau_k}{T} = \frac{1}{3}$. Тоді при $\frac{\tau_2}{T} = \frac{1}{3}$; $c_x = \frac{\pi}{2}c_2$. Тоді є можливість записати рівняння коливань системи (рис.1,а) в трохи іншому вигляді:

$$m\ddot{x}+\left[c_1+c_x\left(\frac{\pi}{2\tau_2}t\right)\right]x+в\dot{x}=F_0\sin(\omega t+\phi), \tag{6}$$

де

$$m=m_c+m_c\left(a_1+a_1^*\frac{\tau_2}{T}\right); \tag{7}$$

$$в=в_0+m_c\left(\omega d_1+\frac{\omega^*}{2}d_1^*\frac{\tau_2}{T}\right); \tag{8}$$

$$\begin{aligned} a_{1n}&=\frac{\alpha_n\sin 2\beta_n h-\beta_n\sin 2\beta_n h}{h\left(\alpha_n^2+\beta_n^2\right)\left[ch2\alpha_n h+\cos 2\beta_n h\right]};\\ d_{1n}&=\frac{\alpha_n\sin 2\beta_n h-\beta_n sh2\alpha_n h}{h\left(\alpha_n^2+\beta_n^2\right)\left[ch2\alpha_n h+\cos 2\beta_n h\right]}.\end{aligned} \tag{9}$$

На відміну від (8), тут a_1^* і d_1^* - коефіцієнти впливу реактивних і активних сил опору на частоті $\frac{\omega^*}{2}$, а a_1 і d_1 (див. 8) – коефіцієнти впливу реактивних і активних сил опору на основній частоті ω; τ_2 - час контакту з c_2; T – період зміни пружності; $\omega=\frac{2\pi}{T}$, $\omega^*\neq\omega$.

Розглянемо вільні коливання без врахування розсіювання енергії з наступним аналізом повного рівняння (6).

Припустимо $b=0$ і F_0, тоді рівняння (6) матиме вигляд:

$$m\ddot{x}+\left[c_1+c_x\cos\left(\frac{\pi}{2\tau_2}\right)\right]x=0\ . \tag{10}$$

Це рівняння Мат`є, в якому враховані хвильові процеси. Характер цього рівняння залежить від двох безрозмірних коефіцієнтів. Ввівши безрозмірний час $\theta=\frac{\pi}{2\tau_2}t\cdot\frac{1}{2}$, перетворимо рівняння (10)

$$\frac{d^2x}{d\theta^2}+\left(\xi+2q\cos 2\theta\right)x=0, \tag{11}$$

де

$$\xi=\frac{4c_1}{m\left(\pi/2\tau_2\right)^2};q=\frac{2c_x}{m\left(\pi/2\tau_2\right)^2}.$$

Розглянемо коливання з врахуванням вищих гармонік: $\frac{\pi}{2\tau_2}=\omega=2n\omega$, де n – число, близьке до 2. Час контакту при цьому $\tau_2=\frac{\pi}{2\cdot 2n\omega}=\frac{\pi}{4n}\cdot\frac{T}{2\pi}=\frac{T}{8n}$. При цьому слід відмітити , що точно $n\neq 2$, так як інакше $c_x\to\infty$ згідно його виразу (5). Тому будемо брати числові значення $n=1{,}9; 1{,}95; 1{,}975; 1{,}99$.

Таким чином, формули для визначення ξ, q, c_x будуть мати вигляд

$$\xi=\frac{c_1}{mn^2\omega^2};q=\frac{c_x}{2mn^2\omega^2};c_x=-\frac{\pi c_2}{2\sin 4n\pi}, \tag{12}$$

чи після підстановки c_x і q отримаємо

$$\xi=\frac{c_1}{mn^2\omega^2};q=-\frac{\pi c^2}{4mn^2\omega^2\sin(4\pi n)}. \tag{13}$$

Необхідно встановити генерацію супергармонік з частотою $\alpha\omega$ за рахунок параметричної зміни пружності в системі.

Коефіцієнт ξ (характеризує відношення власної частоти системи при середньому значенні параметра c_1 до частоти зміни параметра пружності) і коефіцієнт q (характеризує ступінь зміни параметра пружності) повністю визначають стійкість руху. Площина зміни параметрів ξ і q може бути розділена на області, що відповідають стійким і нестійким. Якщо параметри ξ і q попадають в зону стійкості, тоді можливі періодичні рішення (10). При цьому період руху повинен вдвічі перевищувати період зміни параметра. Якщо ж зміна жорсткості пропорційно 4ω системи, тоді рух пропорційно подвоєної частоти системи 2ω і отримаємо супергармонійну складову в зоні стійкості.

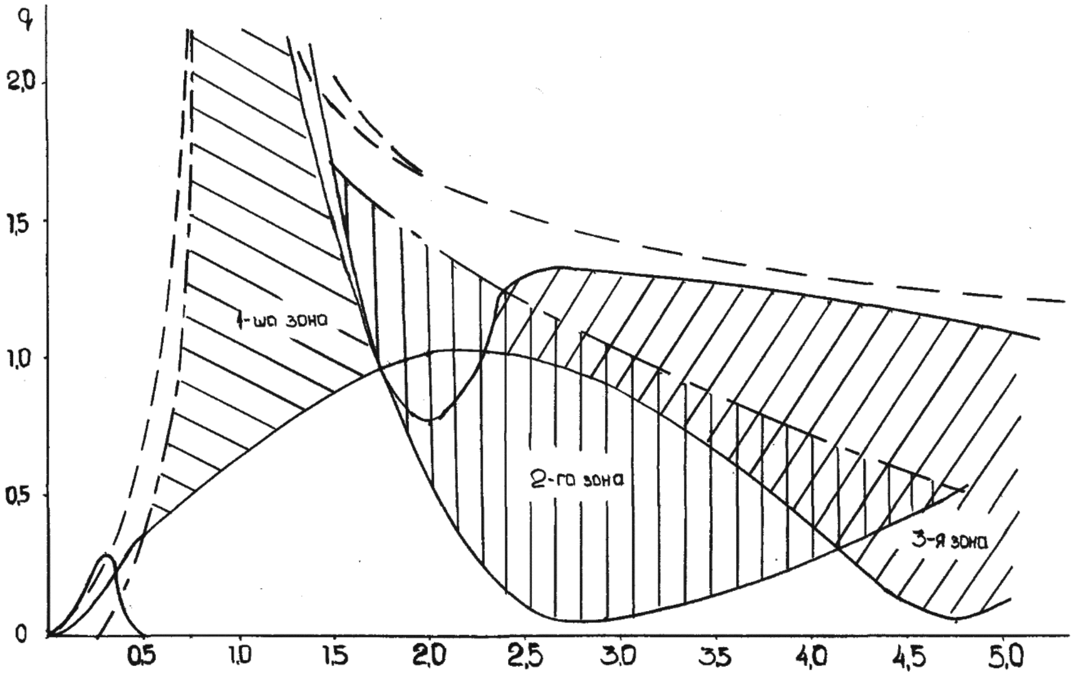


Рис. 3. Карта стійкості віброударної системи

А тепер врахуємо розсіяння енергії в системі, тобто $b \neq 0$. Тоді умова виникнення суперрезонансу буде при умові

$$(\xi-1)-g^2-\alpha_1^2<0, \tag{15}$$

звідки коефіцієнт

$$g>\sqrt{(\xi-1)^2+\alpha_1^2}; \qquad \alpha_1=b\frac{\omega^*}{2m}. \tag{16}$$

Звідси випливає, що якщо при відсутності тертя суперрезонанс наступав при $g>(1-\xi)\approx 1$, то зараз границя по g зростає, тобто умова (15) з врахуванням (14) матиме вигляд

$$-\frac{\pi c_2}{4mn^2\omega^2\sin(4n\pi)}>\sqrt{\left(1-\frac{c_1}{mn^2\omega^2}\right)^2+\left(\frac{b\pi}{4m\tau_2}\right)^2}. \tag{17}$$

Стає очевидним, що зміна часу контакту τ_2 тягне за собою зміну параметра g. До цього можна добавити, що оскільки дана система представляється гібридною (6), то коефіцієнт m, що має розмірність маси і визначає реактивний опір, залежить від частоти.

Звернемось до вихідного рівняння (6), тобто зараз розглянемо найбільш загальний випадок руху досліджуваної системи. Йдучи шляхом, аналогічним при отриманні рівняння (10), будемо мати

$$\ddot{\xi}+\alpha_1\dot{\xi}+(\xi+2g\cos 2\theta)\xi=0\ . \tag{18}$$

Умовою нестійкості, як і раніше (15), є вираз $(\xi-1)+g^2+\alpha_1^2<0$, тобто наявність змушуючої сили не змінило зони стійкості і нестійкості параметричних коливань, що розглядаються.

Оцінимо, які області коливальних режимів в координатах ω, x_0. Нехай x_{01} - амплітуда на частоті ω, а x_{02} - амплітуда на частоті 2ω (суперрезонанс). Змушуюча сила має амплітуду F_0на частоті ω:

$$x = x_{01}\sin\omega t + B_1\cos\omega t + x_{02}\sin 2\omega t + B_2\cos 2\omega t.$$

Тепер визначимо роботу зовнішніх і внутрішніх сил системи.

Робота зовнішньої сили на цикл коливань складає:

$$A = \int_0^{2\pi/\omega} F(t)\,\dot{x}(t)dt = \pi F_0 x_0 \sin\phi,$$

так як робота зовнішньої сили $F(t)$ над супергармонікою дає нульовий внесок.

Робота внутрішніх сил (сил тертя) за період коливань:

$$W = \int b_1\dot{x}^2 dt = \left(\pi x_{01}^2\omega + 4\pi x_{02}^2\omega\right)b_1.$$

Із умови балансу енергії $A = W$ отримаємо:

$$\pi F_0 x_{01}\sin\phi = \pi b_1\omega\left(x_{01}^2 + 4x_{02}^2\right),$$

Звідки $\sin\varphi = \frac{(x_{01}^2+4x_{02}^2)b_1\omega}{F_0 x_{01}}$. Оскільки $\sin\varphi \le 1$, тоді:

$$\frac{\left(x_{01}^2 + 4x_{02}^2\right)b_1\omega}{F_0 x_{01}} \le 1.$$

Із цієї нерівності матимемо:

$$x_{02} \le \frac{1}{2}\sqrt{\frac{F_0 x_{01}}{b_1\omega} - x_{01}^2}. \qquad (19)$$

Для збільшення внеску супергармонік x_{02} необхідне зростання сили з одночасним зменшенням сил тертя b_1 і частоти ω.

Залежність x_{02} від x_{01}буде мати невелику верхню можливу межу.

Якщо $\frac{F_0 x_{01}}{\omega} - x_{01}^2 = f(x_{01})$, то необхідна умова буде виконуватись при $[f(x_{01})]'_{x_{01}} = 0$. Тоді $\frac{F_0 x_{01}}{b\omega} - 2x_{01} = 0$ і $x_{01} = \frac{F_0}{2b_1\omega}$. При цьому значенні амплітуди x_{01} амплітуда, що шукається:

$$x_{02} \le \frac{1}{2}\sqrt{2x_{01}^2 - x_{01}^2} \le \frac{1}{2}x_{01}. \qquad (20)$$

При прийнятому підході матимемо, що $x_{02} \le 0{,}5x_{01}$. Знаючи $x_{01} = \frac{F_0}{2b_1\omega}$, можна отримати умову, що визначає амплітуду:

$$x_{02} \le \frac{F_0}{4b_1\omega}. \qquad (21)$$

Наявність змушуючої сили в розглянутому наближенні не змінює карту стійкості, але задає обмеження зверху на амплітуду суперрезонансної гармоніки.

Таким чином, інженерні формули (14), (16), (21) дозволяють визначити необхідні параметри для реалізації суперрезонансного режиму роботи вібросистеми при врахуванні хвильових процесів в ущільнюючому середовищі.

3. Висновки:

1. Запропонований метод моделювання складних змішаних дискретно-континуальних систем, дає можливість отримати аналітичні залежності для вияснення фізичних явищ, що виникають в віброударних системах.

2. Отримані залежності для визначення пружних елементів, які дають можливість реалізувати супергармонійний резонанс.

3. Приведена методика розрахунку основних параметрів віброударних систем і побудована карта стійкості, яка відображає реальний технологічний процес.

Список використаних джерел:

1. Назаренко И.И. Высокоэффективные виброформовочные машины. К.: Выща школа, 1988. – 144с.
2. Ручинський М.М. Експериментальні дослідження робочого процесу формування фундаментних блоків. – Колективна монографія: Машини, процеси, екологія, економіка та технологія будівництва (теорія, експеримент, ефективність застосування). К.: «Видавництво Людмила». 2020. С. 182-188, ISBN 978-617-7828-56-2.
3. Ручинський М.М. Високоефективна машина для формування фундаментних блоків. – Техніка будівництва. – Київ: 2002. - №13, с.63-65.
4. Назаренко І.І.,Свідерський А.Т. Новий підхід до створення та розрахунку віброущільнюючих машин з гідромеханічним та гідравлічним приводом. - Вісник Кременчуцького державного політехнічного університету: Наукові праці КДПУ. – Кременчук: КДПУ, 2002.-Вип.3(14).- с.65-68.
5. Назаренко І.І. Прикладні задачі теорії вібраційних систем (2–е видання) / І.І. Назаренко. Київ: Видавничий дім «Слово», 2010. – 440с.
6. Ivan Nazarenko Research of Working Process of a Vibration Machine with Controlled Parameters of Motion / Ivan Nazarenko, Oleg Dedov, Mykola Ruchynskyi, Anatoliy Sviderskyi // International Journal of Engineering & Technology Home Vol 7, No 4.8 (2018).– P: 376-379, DOI: 10.14419/ijet.v7i4.8.27273.
7. I. Nazarenko Development of energy-efficient vibration machines for the buiding-and-contruction industry / I. Nazarenko, M.Ruchynskyi, A.Sviderskyi, I. Kobylanska, D. Harasim, A.Kalizhanova, A.Kozbakova // PRZEGLĄD ELEKTROTECHNICZNY Vol 2019, No 4, p. 53-60, doi:10.15199/48.2019.04.10.
8. Назаренко І.І. Теоретичні дослідження робочого процесу ударно-вібраційної установки з визначенням законів руху та напружень в шарі бетонної суміші, що ущільнюється при кінематичному збудженні коливань / І.І. Назаренко, М.М. Нестеренко, С.М. Жигилій, Т.М. Нестеренко // Науковий вісник будівництва : зб. наук. пр. - Х.: ХНУБА, 2016. - № 4 (86). - С. 172-176.
9. Ручинський М.М. Методи дослідження і розрахунку параметрів віброустановки для формування фундаментних блоків / М.М. Ручинський // Збірник «Гірничі, будівельні та меліоративні машини», Київ: КНУБА, 1999.- №54 - с.83-86.
10. Назаренко І.І., Ручинський М.М. Теоретичні дослідження динаміки машин для формування фундаментних блоків / Назаренко І.І. Ручинський М.М. // Прогрессивные технологии и машины для производства стройматериалов, изделий и конструкций. Тез. докладов Первой Всеукраинской научно-практической конференции. Полтава: ПДТУ, 1996. - с.146-147.

References:

1. Nazarenko I.I. Highly efficient vibration molding machines. K.: Vyshcha School, 1988. – 144 p.
2. Ruchynskyi M.M. Experimental studies of the work process of forming foundation blocks. – Collective monograph: Machines, processes, ecology, economy and construction technology (theory, experiment, efficiency of application). K: «Lyudmila Publishing House». 2020. P. 182-188, ISBN 978-617-7828-56-2.
3. Ruchynskyi M.M. A highly efficient machine for forming foundation blocks. – «Construction Technology». Kyiv.: 2002. –№13, pp.63-65.
4. Nazarenko I.I. A new approach to the creation and calculation of vibration sealing machines with hydromechanical an hidravlic drive / Nazarenko I.I., Ruchynskyi M.M., Sviderskyi A.T. //. – Bulletin of the Kremenchug State Polstechnic University: Science works of the KDPU. – Kremenchug: KDPU, 2002.-Issue 3(14).- pp.65-68.
5. Nazarenko I. Applied problems of the theory of vibration systems (2nd edition) / I.I. Nazarenko. Kyiv: "Slovo" Publishing House, 2010. - 440 p.
6. Ivan Nazarenko Research of Working Process of a Vibration Machine with Controlled Parameters of Motion / Ivan Nazarenko, Oleg Dedov, Mykola Ruchynskyi, Anatoliy Sviderskyi // International Journal of Engineering & Technology Home Vol 7, No 4.8 (2018).– P: 376-379, DOI: 10.14419/ijet.v7i4.8.27273.
7. I. Nazarenko Development of energy-efficient vibration machines for the buiding-and-contruction industry / I. Nazarenko, M.Ruchynskyi, A.Sviderskyi, I. Kobylanska, D. Harasim, A.Kalizhanova, A.Kozbakova // PRZEGLĄD ELEKTROTECHNICZNY Vol 2019, No 4, p. 53-60, doi:10.15199/48.2019.04.10.

8. Nazarenko I.I. Theoretical studies of the working process of an impact-vibration installation with determination of the laws off motion an the stresses in a layer of concrete mixture compacted under kinematic excitation of vibrations / I.I. Nazarenko, M.M. Nesterenko, S.M. Zhigilii, T.M. Nesterenko // Scientiific bulletin of construction: coll. Of science pr. – Kh.: Khnuba, 2016. – No.4 (86). – P. 172 – 176.
9. Ruchyskyy M. Methods of research and calculation of vibration installation parameters for the formation of foundation blocks / Collection «Mining, construction and reclamation machines», Kyiv, KNUBA, 1999.- №54 - p.83-86.
10. Nazarenko I., Ruchyskyy M. Theoretical studies of the dynamics of machines for forming foundation blocks / Nazarenko, I. Ruchyskyy M. // Progressive technologies and machines for the production of building materials, products and structures. Tez. reports of the First All-Ukrainian Scientific and Practical Conference. Poltava: PDTU, 1996. - p.146-147.