

УДК 69.00.25

DOI <https://doi.org/10.32347/tb.2023.2-39.0202>

Анатолій Свідерський,

кандидат технічних наук,
професор кафедри машин і обладнання технологічних процесів,
Київський національний університет будівництва та архітектури,
просп. Повітрофлотський 31, м. Київ, 03037, Україна

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0005-7969>

E-mail: sviderskyi.at@knuba.edu.ua

Микола Міщенко,

студент,
Київський національний університет будівництва та архітектури,
просп. Повітрофлотський 31, м. Київ, 03037, Україна

ДИНАМІКА ТА ПРИНЦИПИ КОНСТРУЮВАННЯ ВІБРОУДАРНИХ ТРАМБІВОК З ГІДРОПРИВОДОМ

***АНОТАЦІЯ:** В статті розглянута динаміка тримасної віброударної трамбівки, представлена динамічна модель, рівняння руху коливальної системи та її аналіз.*

***Ключові слова:** амплітудно-частотні характеристики, ротаційний гідорозподільник, динамічна модель, межа міцності, модуль пружності.*

DYNAMICS AND PRINCIPLES OF DESIGN OF HYDRAULIC DRIVE VIBRO-IMPACT RAMMERS

***ABSTRACT:** The article examines the dynamics of a three-mass vibrating rammer, presents a dynamic model, the equations of motion of an oscillating system and its analysis.*

***Keywords:** amplitude-frequency characteristics, rotary hydraulic distributor, dynamic model, strength limit, modulus of elasticity.*

1. Постановка проблеми. Зростаючі вимоги до виконання будівельних робіт вимагають вдосконалення та розробки нового віброущільнюючого обладнання. Такою є і конструкція гідравлічної трамбівки, яка теоретично має суттєві переваги перед подібними машинами.

Ущільнення ґрунтів, здійснюється, як правило, трамбуєчими плитами при великих об'ємах робіт, катками та навісними трамбівками. Ефективність використання цього класу машин визначається достатньо коректним врахуванням виникаючих сил опору середовища, яке під дією вібрації змінює свій стан і щільність. Пошук уточнених методів врахування сил опору є задачею актуальною.

2. Аналіз досліджень. Існуючі методи розрахунку динамічної системи „машина – середовище” засновані на визначенні сталого значення сил опору середовища на дію робочого органу віброущільнюючої машини

Такий метод рішення має сенс за умов ущільнення вібромайданчиками, оскільки навантаження на робочий орган не змінює свого положення у просторі. Інша ситуація, коли є безпосередній

контакт робочого органу із середовищем, оскільки в процесі ущільнення можливе значне зміщення робочого органу (наприклад, віброкаток чи вібротрамбовка), що впливає на параметри машини і в кінцевому результаті на ефективності процесу.

3. Мета роботи. Метою статті є дослідження впливу напружено-деформованого стану пружно-пластичного середовища для забезпечення заданого режиму роботи гідравлічної трамбівки та дослідження її динамічної моделі.

4. Матеріали та методи. За динамічну модель гідравлічної трамбівки прийнята система із трьома ступенями вільності (рис . 1.1) із наступними припущеннями :

1) навантаження на поршень гідро циліндра складаються з сил :

- сухого тертя , постійної по значенню та напрямку (силою в'язкого тертя нехтуємо ;
- пружності ;
- в'язкого опору ;
- інерції ;

2) тиск , температура та в'язкість робочої рідини постійні ;

3) робоча рідина не стискається та стінки гідро циліндра не деформуються ;

4) зміна сили пружності , яка виникає в підвісці ударної маси та корпусу , відбувається за законом Гука ;

5) опором під'єднуючих трубопроводів можна знехтувати ;

6) хвильові процеси у трубопроводах відсутні ;

7) золотник та поршень симетричні , початкове перекриття робочих вікон золотника дорівнює нулю ;

8) режим руху робочої рідини у з'єднувальних трубопроводах турбулентний ;

9) перетікання між порожнинами гідро циліндра та витікання пропорційні відповідним перепадам тисків.

Досліджувана система складається з : маси m_1 – ударника ; маси m_2 – верхньої маси трамбівки ; маси m_3 – маси ущільнюючої плити разом із приєднаною масою ґрунту .

Коливання мас збуджується гідравлічним вібратором (циліндром) із силою тяги F_2 . Зіткнення мас m_1 та m_3 відбувається через пружний елемент (резиновий буфер) жорсткістю c_4 та коефіцієнтом опору b_4 . Взаємне пересування мас забезпечується за рахунок пружних елементів (підвіски ударника) жорсткістю c_1 із коефіцієнтом опору b_1 та пружних елементів ущільнюючої плити жорсткістю c_2 із коефіцієнтом опору b_2 . Коливання конструкції трамбівки відбувається на ґрунті зі змінною жорсткістю c_3 та змінним коефіцієнтом опору b_3 .

5. Виклад основного матеріалу. Розрахункова схема дослідної моделі співпадає із динамічної . Її динаміка описується рівнянням руху мас та рівнянням гідравлічної вимушеної сили .

Рівняння руху ударника (маси m_1) :

$$m_1 \ddot{x}_1 + b_1 (\dot{x}_1 - \dot{x}_2) - b_4 (\dot{x}_1 - \dot{x}_3) + c_1 (x_1 - x_2) - c_4 (x_1 - x_3) = F_2, \quad (1)$$

де x_1, x_2, x_3 , м – переміщення мас m_1, m_2, m_3 ; $\dot{x}_1, \dot{x}_2, \dot{x}_3$, м/с – швидкості мас m_1, m_2, m_3 ; \ddot{x}_1 , м/с² – прискорення маси m_1 ; $F_2 = S \cdot \Delta p$, Н – гідравлічна вимушуюча сила ; $S_{\text{цил}}$, м² – площа циліндра .

Рівняння руху верхньої маси (корпусу) m_2 :

$$m_2 \ddot{x}_2 - b_2 (\dot{x}_2 - \dot{x}_3) - b_1 (\dot{x}_1 - \dot{x}_2) - c_1 (x_1 - x_2) - c_2 (x_2 - x_3) = -F_2, \quad (2)$$

де \ddot{x}_2 , м/с² – прискорення маси m_2 ; b_1, b_2 , Н/м – коефіцієнти демпфування пружних елементів ударника та ущільнюючої плити ; c_1, c_2 , Н/м – коефіцієнти жорсткості пружних елементів ударника та ущільнюючої плити .

Рівняння руху ущільнюючої плити :

$$m_3 \ddot{x}_3 + b_2 (\dot{x}_2 - \dot{x}_3) - b_3 \dot{x}_3 + b_4 (\dot{x}_1 - \dot{x}_3) + c_2 (x_2 - x_3) - c_3 x_3 + c_4 (x_1 - x_3) = 0, \quad (3)$$

де $\ddot{x}_3, \text{ м/с}^2$ – прискорення маси m_3 ; $m'_3 = m_3 + m_{кр}$, кг – коливальна маса ущільнюючої плити разом із приведеною масою будівельної суміші.

Враховуючи, що рух ударника, який викликаний гідравлічною вимушеною силою, обмежується номінальною подачею насоса та нерозривністю потоку робочої рідини, запишемо рівняння зв'язку:

$$S_{цил}(\dot{\chi}_1 - \dot{\chi}_2) = \mu \cdot f_{ш} \cdot \sqrt{\frac{2(p_0 - \Delta p)}{\rho}}, \quad (4)$$

де $\dot{\chi}_1 - \dot{\chi}_2 \leq Q_H/S_{цил}$ – швидкість висування поршня штока; $Q_H, \text{ м}^3/\text{с}$ – номінальна подача гідронасоса; μ – коефіцієнт витрат через робоче вікно гідророзподільника; $p_0 = p_H - p_{зл} - F_{тр}/S_{цил} - p_{туб}$, Па – максимальний тиск, створюваний насосом у напірній порожнині циліндра; $p_H, \text{ Па}$ – номінальний тиск у гідросистемі; $p_{зл}, \text{ Па}$ – тиск на виході із зливної порожнини циліндра; $\rho, \text{ кг/м}^3$ – питомий об'єм робочої рідини; $p_{туб}, \text{ Па}$ – втрати тиску у трубопроводах, враховуючи їх дуже малі значення, можна прийняти це значення = 0; $F_{тр}, \text{ Н}$ – сила тертя ущільнень поршня у циліндрі [17, 18, 22]:

$$F_{тр} = 1,7 \cdot p_H \cdot \pi \cdot D_u \cdot l \cdot f_{рез}, \quad (5)$$

де D_u, l, m – діаметр та довжина поверхні контакту поршня із циліндром; $f_{рез}$ – коефіцієнт тертя резини по сталі.

Виділимо проміжну змінну Δp у рівнянні (2.7):

$$\Delta p = p_0 - \frac{1}{\mu^2} \cdot \frac{\rho}{2} \cdot \frac{S_{цил}^2 \cdot (\dot{\chi}_1 - \dot{\chi}_2)^2}{f_{ш}^2}. \quad (6)$$

Згідно із [1, 11, 35] коефіцієнт витрат для дроселюючих отворів, відмінних від класичної форми, необхідно визначати експериментально. Тому для нашої схеми використаємо дослідження Башти Т. М. [8, 9]:

$$\Delta p = p_0 - \Delta p_{розп}, \quad (7)$$

де $\Delta p_{розп} = \Delta p_1 + \Delta p_2$ – втрати тиску на розподільнику; $\Delta p_1, \text{ Па}$ – втрати тиску від в'язкості:

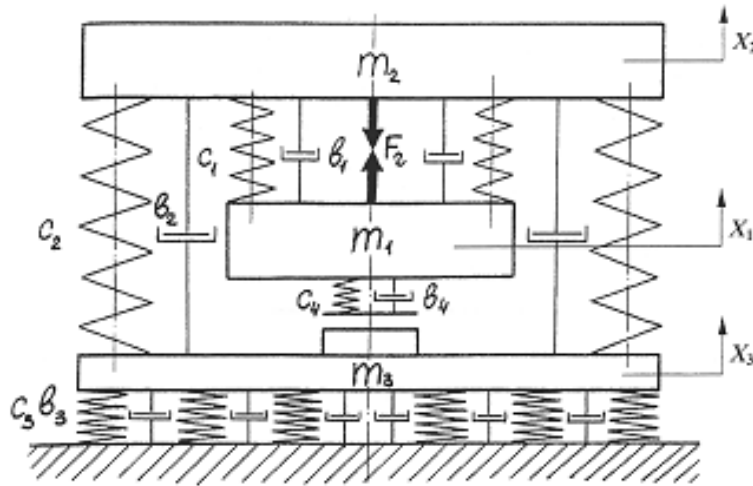
$$\Delta p_1 = \frac{1}{40} \cdot \nu \cdot \frac{V_{ш}^2}{2g}, \quad (8)$$

де $\nu, \text{ сСт}$ – кінематична в'язкість рідини; $\Delta p_2, \text{ Па}$ – втрати тиску від опору при перетіканні крізь отвір розподільника;

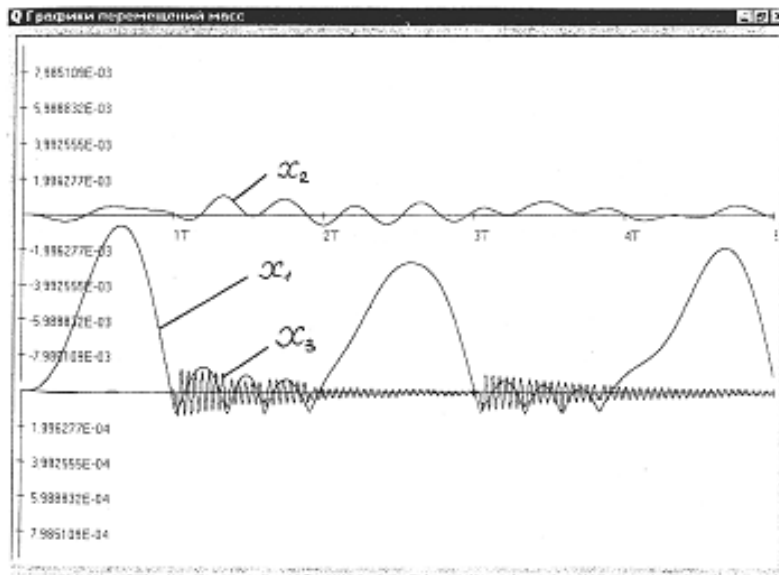
$$\Delta p_2 = \xi \cdot \frac{\gamma}{2g} \cdot v_{ш}^2 = 0,5 \left(1 - \frac{f_{ш}}{F_{вз}} \right) \cdot \frac{\gamma}{2g} \cdot \frac{S_{цил}^2 (\dot{\chi}_1 - \dot{\chi}_2)^2}{f_{ш}^2}, \quad (9)$$

де $\xi = 0,5 (1 - f_{ш}/F_{вз})$ – безрозмірний коефіцієнт опору; $F_{вз}$ – ефективна площа впускного вікна розподільника; $\gamma, \text{ Н/м}^3$ – питома вага робочої рідини; $v_{ш}, \text{ м/с}$ – швидкість протікання рідини через дроселюючий отвір:

$$v_{ш} = \frac{Q_{цил}}{f_{ш}} = \frac{S_{цил}(\dot{\chi}_1 - \dot{\chi}_2)}{f_{ш}}. \quad (10)$$



а)



б)

Рис . 1.1. Розрахункова схема трамбівки :
а – динамічна модель ; б – комп’ютерна розгортка коливань моделі

Fig . 1.1. Rammer calculation scheme:
a – dynamic model; b – computer scan of model oscillations

У порівнянні із Δp_2 , Δp_1 має дуже мале значення і при розрахунках більшістю авторів не враховується : $\Delta p_1 \approx 0$. Тоді для проміжної змінної Δp із $(2 \cdot 10)$ маємо :

$$\Delta p = p_0^{-0,5} \cdot \left(1 - \frac{f_m}{F_{bs}}\right) \cdot \frac{\rho}{2} \cdot \frac{S_{шил}^2 \cdot (\dot{\chi}_1 - \dot{\chi}_2)^2}{f_m^2} \tag{11}$$

Порівнявши (9) та (14) , отримаємо залежність коефіцієнта витрат μ ротаційного розподільника від площі відкриття впускного отвору $f_{ш}$:

$$\mu = \sqrt{\frac{2}{\left(1 - \frac{f_{ш}}{F_{B3}}\right)}} \quad (12)$$

Виділимо прискорення мас m_1, m_2, m_3 і запишемо систему рівнянь у зручному для розрахунків вигляді :

$$\begin{aligned} \frac{dV_1}{dt} &= \frac{1}{m_1} \cdot \left[S_{шл} \cdot p_n - F_{тр} - \frac{S_{шл}^3 (\dot{\chi}_1 - \dot{\chi}_2)^2 \rho}{2 \cdot f_{ш}^2} \cdot \left(0,5 + \frac{f_{ш}}{2 \cdot F_{B3}} \right) - \right. \\ &\quad \left. - b_1 (\dot{\chi}_1 - \dot{\chi}_2) + b_4 (\dot{\chi}_1 - \dot{\chi}_2) + c_1 (\chi_1 - \chi_2) + c_2 (\chi_1 - \chi_3) \right]; \\ \frac{dV_2}{dt} &= \frac{1}{m_2} \cdot \left[-S_{шл} \cdot p_n + \frac{S_{шл}^3 (\dot{\chi}_1 - \dot{\chi}_2)^2 \rho}{2 \cdot f_{ш}^2} \cdot \left(0,5 + \frac{f_{ш}}{2 \cdot F_{B3}} \right) - \right. \\ &\quad \left. - b_2 (\dot{\chi}_2 - \dot{\chi}_3) + b_1 (\dot{\chi}_1 - \dot{\chi}_2) + c_1 (\chi_1 - \chi_2) + c_2 (\chi_1 - \chi_3) \right]; \\ \frac{dV_3}{dt} &= \frac{1}{m_3} \cdot \left[-b_2 (\dot{\chi}_2 - \dot{\chi}_3) + b_3 \dot{\chi}_3 - b_4 (\dot{\chi}_1 - \dot{\chi}_3) - c_2 (\chi_2 - \chi_3) + \right. \\ &\quad \left. + c_3 \chi_3 - c_4 (\chi_1 - \chi_3) \right]; \end{aligned} \quad (13)$$

Як відзначалось, досліджувана система має три характерні періоди руху: період робочого ходу, період удару та період зворотного ходу (руху вгору) ударника. Система рівнянь (16) описує всі періоди, алеб потрібно враховувати такі фактори:

1) Рух поршня, а з ним і маси m_1 , почнеться лише тоді, коли теоретично можлива гідравлічна сила $F_2 = S_{шл} p_n$ буде більше суми сил гідравлічного опору системи, тобто при $f_{ш}$, знайденому із рівняння:

$$S_{шл} \cdot p_n \geq F_{тр} + \frac{S_{шл}^3 (\dot{\chi}_1 - \dot{\chi}_2)^2 \rho}{2 \cdot f_{ш}^2} \cdot \left(0,5 + \frac{f_{ш}}{F_{B3}} \right), \quad (14)$$

2) При $0 < f_{ш} < f_{ш} -$ система не рухається і $F_2 = 0$.

3) Коефіцієнти жорсткості c_4 та демпфування буферу b_4 використовуються в розрахунках тільки в період удару.

4) Якщо $x_1 - x_2 \geq 0$, то $b_4 = 0$, $c_4 = 0$ – кінець робочого ходу і початок удару – відповідають нульовому зазору у буфері, Кінець удару і початок зворотного ходу починаються при рівності сил пружності і опору у буферах.

5) В кінці зворотного ходу та на початку робочого ходу відбувається зміна знаку швидкості: $V_{i-1} > 0$; $V_i = 0$; $V_{i+1} < 0$.

З метою оптимізації гідро привідного механізму трамбівки, було визначено теоретично режим зворотно – поступального руху ударника, який зводить до мінімуму динамічні навантаження, що передаються на раму базової машини. Виходячи з отриманих рівнянь, було визначено площі та конфігурацію впускних вікон розподільника.

Результати досліджень вібротрамбівки з гідроприводом були використані при розробці методики інженерного розрахунку, причому, як для причіпного, так і навісного варіантів. Оскільки машина може працювати в режимі вібрування, вібротрамбування, віброудару, а також передбачає можливість регулювання коливань в широкому діапазоні частот за рахунок гідроприводу, тому і виникає необхідність перегляду методики розрахунку коливальних мас, пружних елементів та складальних вузлів гідророзподільника. Тримасна конструкція трамбівки та гідропривід, які теоретично значно підвищують та розширюють можливості машини

, як з точки зору зручності , продуктивності , так і універсальності , вносять складність у визначення параметрів , а також створюють необхідність використання при розрахунках методики , яка хоч і спирається на відомі матеріали , але повинна містити новий підхід . Виконані на цій основі аналітичні та експериментальні дослідження динаміки руху трамбівки дозволили розробити принципи розрахунку та створення машин подібного класу . Нижче наведемо методику інженерного розрахунку визначення основних параметрів вібраційних машин із гідроприводом у вигляді таблиці 1.1 .

Таблиця 1.1. Алгоритм розрахунку гідравлічних трамбівки
Table 1.1. Algorithm for calculating hydraulic rammers

№ п/п	Розрахунок параметрів навісних трамбівки	Розрахунок параметрів причіпних трамбівки
1	2	3
1	Маса трамбівки : $M_{тр} = M_{доп}$	Час пуску штока із ударною масою : $T_{п} = \frac{\pi}{2\omega} - \frac{0,06 \cdot F \cdot H \cdot \Delta p_{max}}{Q_H}$
2	Маса ударника : $m_{уд} = \frac{M_{тр}}{(3,5...4)} = \frac{M_{тр}}{3,5}$	Швидкість перед ударом : $v_{сер} = \frac{\chi_{сер}}{t_{п}}; v_{max} = 2 \cdot v_{сер}$
3	Маса ущільнюючої плити : $m_{пл} = m_{уд} \cdot (1...1,2) = m_{уд}$	Розрахункова площа гідроциліндра : $S_{цил} = \frac{Q_H}{v_{max}}$
4	Швидкість перед ударом : $v_{max} = \frac{2 \cdot p_{сер} \cdot Q_{сер} \cdot \eta_{пл}}{m_{уд} \cdot f}$	Маса ударника : $m_{уд} = \frac{2 \cdot p_{сер} \cdot Q_{сер} \cdot \eta_{пл}}{m_{уд} \cdot f}$
5	Розрахункова площа гідро циліндра : $S_{цил} = \frac{Q_{ном}}{v_{max}}$	Маса ущільнюючої плити : $m_{пл} = m_{уд} \cdot (1...1,2) = m_{уд}$
6	Швидкість ущільнюючої плити після удару : $v_{н} = \frac{m_{пл} \cdot (1 + K_{\epsilon})}{m_{пл} + m_{уд}} \cdot v_{max}$	
7	Площа ущільнюючої плити : $F_{пл} = \frac{v_{н}}{[\sigma_0]} \cdot \sqrt{\frac{\alpha \cdot E \cdot B_{min} \cdot m_{уд}}{1 - \mu^2}}$	
8	Амплітуда коливань ударника : $\chi_{уд} = \frac{v_{max}}{2} \cdot t_n$	Маса трамбівки : $Q_{мп} \geq [рст] \cdot F_{пл}, M_{мп} = \frac{Q_{мп}}{g}$

Продовження табл. 1.1

Continuation of the table. 1.1

1	2	3
9	Верхня маса трамбівки : $m_2 = M_{мп} - m_{уд} - m_{пл}$	

10	Жорсткість пружних елементів ударника : $c_1 = \frac{2 \cdot p_n \cdot S_{цил}}{\chi_{\max}}$
11	Жорсткість пружних елементів ущільнюючої плити : $c_2 = \frac{m_{yd} \cdot m_2}{m_{yd} + m_2} \cdot \omega_{\max}^2$
12	Жорсткість буфера ударника : $c_4 = 10 \cdot c_1$
13	Виконують розрахунки на міцність вузлів та деталей ущільнюючого обладнання
14	Амплітуда коливань ущільнюючої плити у контакті із будівельною сумішшю : $\chi_{2\max} = \frac{v_n}{\sqrt{\frac{E_{np} \cdot B_{\min}}{m_{пл}} \cdot \alpha}}$
15	Глибина активної зони : $H = 1,2 \cdot B_{\min} \frac{W}{W_0} \left[1 - e^{-3,7 \frac{i}{i_p}} \right]$
16	Час ущільнення на одному місці : $t = \frac{c}{k \cdot n}$

Розрахунок основних параметрів ротаційного розподільника рекомендується виконувати у наступному порядку :

1 . Внутрішній діаметр нагнітаючих та зливних трубопроводів $d_{mpн}$ та $d_{mpз}$, мм :

$$d_{mp} \geq 4,6 \cdot \sqrt{\frac{Q_H}{v_m}} \quad (15)$$

де v_m – допустима рекомендована швидкість перетікання робочої рідини по трубопроводу , м / с ;
 Q_H – номінальна подача , л / хвл .

2 . Мінімально допустима товщина стінок трубопроводів, мм :

$$j = \frac{p_H \cdot d_{mp}}{2 \cdot \sigma_{ep}} \cdot K_{\sigma} , \quad (16)$$

де σ_{ep} – межа міцності на розтягування матеріалу трубопроводу; K_{σ} – коефіцієнт безпеки (≥ 6 при пульсаціях піках) .

3 . Знаходять площі вікон корпусу гідророзподільника :

$$d = 4.6 \cdot \sqrt{\frac{Q_H}{v_m}} , \quad (17)$$

де $v_{зл.гидр} = 4$ м / с – допустима швидкість у зливній порожнині ; $v_{наг.гидр} = 8$ м / с – допустима швидкість у нагнітаючій порожнині гідророзподільника .

4 . Мінімальний діаметр золотника для зменшення габаритів, м :

$$D_3 \geq \frac{B_{\max}}{2 \cdot \sin 22,5^0}, \quad (18)$$

де B_{\max} – максимальний розмір вікна корпусу у напрямку обертання золотника (якщо отвір круглий, то зливний діаметр вікна корпусу гідророзподільника).

5 . Ширина смуги перекривання золотника, м:

$$K = B_{\max} + 0,004, \quad (19)$$

6 . Довжина смуги перекривання золотника, м:

$$L = D_3, \quad (20)$$

7 . Сила навантаження на опорні підшипники золотника, Н:

$$P_3 = D_3 \cdot L \cdot p_{\max}, \quad (21)$$

8 . Кут перекриття золотника, рад:

$$\phi = \frac{2 \cdot K}{D_3}. \quad (22)$$

9 . Кутова швидкість золотника, c^{-1} :

$$\omega_3 = \frac{1}{2} \cdot \omega, c^{-1}. \quad (23)$$

10 . Зовнішній діаметр корпусу гідророзподільника [19], м :

$$R = \frac{D_3}{2} \cdot \sqrt{\frac{\sigma_{ep} + 0,4 p_y}{\sigma_{ep} - 1,3 p_y}}, \quad (24)$$

де p_y – умовний тиск рідини, який перевищує робочий тиск на $\approx 25\%$.

11 . Товщина корпусу гідророзподільника, м :

$$S_{\text{корп}} = R - \frac{D_3}{2}, \quad (25)$$

12 . Оптимальний діаметральний зазор між золотниками і корпусом для виключення заклинювання [29], мкм:

$$\delta = 0,4 \cdot D_3 + 20, \quad (26)$$

де $[D_3] = \text{мм}$.

13 . Оптимальна довжина перекриття до ущільнюючого кільця [29] :

$$l_{\text{опт}} = 1970 \cdot \frac{(0,4 \cdot D_3 + 20)^2}{v \cdot D_3 \cdot n} \cdot p, \quad (27)$$

де v – в'язкість робочої рідини, $\text{мм}^2/\text{с}$ (10 ... 11 $\text{мм}^2/\text{с}$); n – частота обертання, об/хвл.

14 . Оптимальне витікання гідравлічної рідини, л/хвл:

$$Q_{\text{вит}} = 0,56 \cdot 10^{-8} \cdot D_3^2 \cdot (0,4 \cdot D_3 + 20) \cdot n. \quad (28)$$

15 . Мінімальні втрати потужності, кВт:

$$N_{\text{ном}} = 1864 \cdot 10^{-10} \cdot D_3^2 \cdot (0,4 \cdot D_3 + 20) \cdot n \cdot p, \quad (29)$$

де p – тиск зажиму, Мпа.

По приведеній вище методиці визначаються основні конструктивні параметри, а також попередні значення технологічних параметрів ущільнення.

6. Висновки:

1. На основі представлення ґрунту як пружно-пластичне середовище визначені основні параметри зміни властивостей середовища, що знаходиться в напружено-деформованому стані.
2. Визначені основні параметри взаємодії вібротрамбовки із ущільнюючим ґрунтом та встановлені аналітичні залежності для оцінки розповсюдження хвиль в середовищі.

Список використаних джерел

1. Чубук Ю.Ф., Назаренко І.І., Гарнец В.Н. (1985) Вибрационные машины для уплотнения бетонных смесей. – К.: Выща шк.- 168 с.
2. Назаренко І.І. (1988) Высокоэффективные виброформовочные машины. К.: Высш. шк. - 143 с.
3. Сивко В.И. (1987) Основы механики вибрируемой бетонной смеси. К.: Виша шк.- 168 с.
4. Назаренко І.І. Прикладні задачі теорії вібраційних систем. (2-е видання). К.: Видавничий Дім «Слово». - 440 с.