

УДК 666.97

ИМПЕДАНСНИЙ МЕТОД МОДЕЛЮВАННЯ ВІБРАЦІЙНИХ СИСТЕМ

В.Б. Яковенко

Київський національний університет будівництва і архітектури
Повітрофлотський пр-т, 31, 03680, Київ, Україна, e-mail: vyakoven@gmail.com

АНОТАЦІЯ. В роботі обґрунтовано актуальність застосування імпедансних методів для розрахунків та вивчення властивостей віброуючих середовищ. Показано, що такий підхід розкриває нову предметну область у постановці і рішенні задач вібраційної техніки засобами системології, забезпечує зручність адаптації моделей до створення комп'ютерної підтримки дослідження динаміки вібраційних машин і систем. Розроблені методи імпедансного аналізу одномірних та багатомірних вібраційних систем із зосередженими і розподільними параметрами. Встановлено вклад вібраційних процесів у структуру зв'язків і функціонування різноманітних вібраційних систем. Обґрунтовано і впроваджено імпедансний метод розрахунку впливу властивостей віброуючого середовища на вибір динамічних параметрів вібраційних машин.

Ключові слова: системне моделювання, імпеданс, провідність вібраційної системи, вібраційні машини, динаміка вібраційних систем.

ИМПЕДАНСНИЙ МЕТОД МОДЕЛИРОВАНИЯ ВИБРАЦИОННЫХ СИСТЕМ

В.Б. Яковенко

Киевский национальный университет строительства и архитектуры
Воздухофлотский пр-т, 31, 03680, Киев, Украина, e-mail: vyakoven@gmail.com

АННОТАЦИЯ. В работе обоснована актуальность применения импедансных методов для расчетов и изучения свойств вибрирующих сред. Показано, что такой подход раскрывает новую предметную область в постановке и решении задач вибрационной техники средствами системологии, обеспечивает удобство адаптации моделей к созданию компьютерной поддержки исследования динамики вибрационных машин и систем. Разработанные методы импедансного анализа одномерных и многомерных вибрационных систем с сосредоточенными и распределительными параметрами. Установлено вклад вибрации в структуру связей и функционирования различных вибрационных систем. Обоснован и внедрен импедансный метод расчета влияния свойств вибрирующей среды на выбор динамических параметров вибрационных машин. The contribution of vibration processes to the structure of connections and the functioning of various vibration systems is established.

Ключевые слова: системное моделирование, импеданс, провідність вібраційної системи, вібраційні машини, динаміка вібраційних систем.

MODELING OF VIBRATION SYSTEM OF THE IMPEDANCE METHOD

V.B. Yakovenko

Kyiv National University of Construction and Architecture,
31, Povitroflotsky Av., 03680, Kyiv, Ukraine, e-mail: vyakoven@gmail.com

ABSTRACT. The relevance of applying impedance methods to calculate and study the properties of vibration environments in this work is substantiated. It is shown that this approach reveals a new subject area in the formulation and solution of problems of vibration technology by means of systemology, provides convenience of adaptation of models to creation of computer support of the study of the dynamics of vibration machines and systems. Methods of impedance analysis of one-dimensional and multi-dimensional vibration systems with concentrated and distribution parameters are developed. The impedance method of calculating the influence of vibration environment properties on the choice of dynamic parameters of vibrating machines is substantiated and implemented.

Key words: system simulation, impedance, conductivity of vibration system, vibrating machines, dynamics of vibration systems.



Постановка проблеми. Підвищення вимог до якості будівельних виробів та впровадження нових енергоефективних машин спонукає до необхідності удосконалення технологічних процесів в галузі будівництва. Так, наприклад, застосування жорстких бетонних сумішей впливає на операції приготування, подачі та ущільнення бетонних сумішей [7]. Одною із проблем створення енергоефективного процесу виготовлення будівельних виробів є встановлення раціональних величин параметрів оптимізації технологічного потоку [1].

Операція формування будівельних виробів найбільш суттєво впливає на тривалість технологічного циклу виготовлення виробів. Тому поліпшення операції формування з переходом на більш жорсткі бетонні суміші дає можливість не тільки скоротити тривалість технологічного циклу, але й скоротити витрати цементу [8].

Аналіз досліджень і публікацій. Моделювання хвильових форм передачі енергії у вібраційній системі здійснюється завдяки розширенню уявлень про передачу енергії введенням векторних графів зв'язку. Вони базуються на векторному уявленні потенціальної і потокової змінних як хвильових функцій $e(x, t)$, $f(x, t)$ [2].

В одномуірному варіанті модель вібраційної системи має вигляд [10]:

$$\frac{d}{dx} \begin{bmatrix} e(x, t) \\ f(x, t) \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} W(x, D) & Z(x, D) \\ Y(x, D) & X(x, D) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} e(x, t) \\ f(x, t) \end{bmatrix}. \quad (1)$$

де W, Z, Y, X — матриці, D — диференційний оператор, який відповідає похідній по часу. У спрощеному варіанті ці рівняння перетворюються:

$$\frac{d}{dx} \begin{bmatrix} e \\ t \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} Z(s) & 0 \\ 0 & Y(s) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} t \\ e \end{bmatrix}, \quad (2)$$

де $Z(s)$, $Y(s)$ імпеданс і провідність представлені як функції комплексної частоти $s = \sigma + i\omega$.

Імпедансні методи дозволяють визначити вплив віброуючого середовища на динаміку вібромашини, отримати просторовий розподіл потенціальної e та потокової змінної f . Їх добуток ef визначає потік енергії, а відношення e/f опір чи імпеданс переносу енергії [9].

Використання імпедансних методів розрахунку взаємодії дозволяє підвищити можливості проектування, досліджень та ефективність практичного застосування вібраційних машин різноманітного технологічного призначення [4]. Імпедансні методи моделювання застосовуються при проектуванні, дослідженнях та розрахунках різних об'єктів вібраційної техніки, глибинних вібраторів, електромеханічних вібраторів, дослідних стендів, касетних установок, центрифуг, лабораторно-дослідних комплексів [6].

Мета і завдання дослідження. Робота присвячена аналізу динаміки вібраційних систем різних видів.

Викладення основного матеріалу. Моделі, побудовані методами графів зв'язку, дозволяють отримати рівняння стану та спостереження рис. 1.

Така форма уявлення динаміки вібраційних систем забезпечує автоматичний доступ до стандартних алгоритмів.

Нелінійні моделі вібраційних систем аналізуються числовими методами [5].

На практиці широке розповсюдження мають одномірні вібраційні системи з розподільними параметрами. Вони моделюються векторними графами зв'язку та хвильовими рівняннями. Обмеження розмірів системи довжиною 1 і використання граничних умов e_n , f_n приводить до рішень

$$\begin{bmatrix} e(x) \\ f(x) \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} ch\Gamma x & Z_0 \\ Y_0 sh\Gamma x & ch\Gamma x \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} e_n \\ f_n \end{bmatrix}, \quad (3)$$

де $\Gamma = \sqrt{Y \cdot Z}$ - постійна розповсюдження; $Z_0 \sqrt{Z/Y}$ - характеристичний імпеданс.

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$y = Cx = Du$$

ЧАСОВА ОБЛАСТЬ

$$x(t) = x_0 + \int_0^t e^{A(t-\tau)} BU(\tau) d\tau$$

$$x_{K+1} = Mx_k + NU_k$$

$$M = e^{AT} \approx \sum_{k=0}^k \frac{(AT)^k}{K!}; \quad N = (e^{AT} - I)A^{-1}B \approx \sum_{k=0}^k \frac{(AT)^k}{(k+1)!} TB$$

ЧАСТОТНА ОБЛАСТЬ

$$H(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = C\Phi(s)B + D; \quad \Phi(s) = (sI - A)^{-1}; \quad s = \sigma + i\omega.$$

ІМПЕДАНСИ, ПРОВІДНОСТІ

$$H(s) \left\{ \begin{array}{l} Z_{ex} = e_{ex} / f_{ex}; \quad Y_{ex}^{-1} \\ Z_n = e_{nix} / f_{ex}; \quad Y_n = Z_n^{-1} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{вхідні} \\ \text{перехідні} \end{array}$$

Рис. 1. Дослідження динаміки вібраційних систем:

x – вектор стану; x_0 – вектор початкових умов; e^{AT} – матрична експонента; I – одинична матриця;

T – часовий інтервал; $\Phi(s) = (sI - A)^{-1}$ – матриця резольвента; s – комплексна частота.

Постійна розповсюдження та характеристичний імпеданс визначаються залежностями:

$$\Gamma = \sqrt{(pAs + r) \cdot (pc^2 As + q)}$$

$$Z_0 = \sqrt{\frac{(pAs + r)}{(pc^2 As + q)}}, \quad (4)$$

де p – щільність середовища, A – характерна площа у напрямку розповсюдження хвиль, C – швидкість хвиль, r , q – відповідно зовнішній і внутрішній опір, визначені залежностями

$$e = rf, \quad e = q^{-1} \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right).$$

Задаючи різні граничні умови $Z_n = e_n / f_n$ і визначивши відношення $e(x)/f(x) = Z(x)$

при $x = 1, Z_B$ отримаємо вираз вхідного імпедансу одномірної вібраційної системи.

$$Z_B = \frac{Z_H + Z_0 th\Gamma l}{1 + \frac{Z_H}{Z_0} th\Gamma l}. \quad (5)$$



Вхідні імпеданси різних вібраційних систем визначені теоретично. Запропонована також методика експериментального знаходження із застосуванням дослідів вільного руху $e_H = 0$ і миттєвої зупинки $f_H = 0$.

Імпедансний метод виникає як практичне слідство моделювання динаміки вібраційних систем графами зв'язку. Він базується на енергетичних властивостях s , p перехідних структур:

$$s: \sum_{i=1}^n Z_i = 0, \quad p: \sum_{i=1}^n Y_i = 0, \quad (6)$$

де $Z_i = e_i/f_i$ – імпеданс, $Y_i = Z_i^{-1}$ – провідність або адмітанс вібраційної системи. Таким чином, імпеданс і провідність постають як універсальні енергетичні характеристики вібраційних систем. Завдяки ним визначається швидкість у області збудження, вібрації середовища:

$$f = \frac{e}{(|Z_M + Z_B|)}, \quad (7)$$

де e – сила збудження вібрації, Z_M – імпеданс вібромашини, Z_B – вхідний імпеданс віброуючого середовища. Середня потужність необхідна для підтримання вібрації, визначається:

$$P_{cp} = \frac{1}{2} |\operatorname{Re}(Z_M + Z_B)| f^2. \quad (8)$$

Імпедансний метод базується на оцінці енергетичного стану вібраційної системи шляхом визначення потрібної за технологічними умовами швидкості збудження вібрації. Для цього треба мати залежності імпедансів Z_M та Z_B , визначені у різних практично важливих випадках.

Вхідний імпеданс Z_B для одномірної вібраційної системи із вільною границею $e_H = 0$, $Z_H = 0$ дорівнює:

$$Z_B = Z_0 \operatorname{th} \Gamma l. \quad (9)$$

Частотний аналіз Z_B визначається відношенням $kl = \frac{1}{(2\pi\lambda)}$, де $k = \frac{\omega}{c}$ – хвильове число; l та λ – характерний розмір у напрямку розповсюдження вібрації та довжина хвилі відповідно. Скориставшись розкладенням у ряд за ступенями комплексного аргументу $\Gamma = i \frac{\omega}{c} (1 - i\gamma/2)$ коефіцієнта втрат, для низьких частот, коли kl мале, $\lambda > 1$, вхідний імпеданс здебільш реактивний:

$$Z_B = \rho A l (i + \gamma) \omega. \quad (10)$$

Формула (10) визначає концентрацію кінетичної енергії. На високих частотах kl – велике, $\lambda < 1$, вхідний імпеданс здебільш активний:

$$Z_B = \rho c A \left(1 - i \frac{1}{2} \right). \quad (11)$$

Формула (11) визначає витрати енергії бігучої хвилі, що затухає, та яка неперервно переносить енергію вібраційного збудження.

Тут вплив границі відсутній, хвиля затухає, не встигнув досягти її. Проміжний випадок з урахуванням відображення хвиль визначається виразом

$$Z_B = \rho c A \left[\left(1 - 2e^{-k\ell\gamma} \cos 2k\ell \right) + i \left(2e^{-k\ell\gamma} \sin \left(2k\ell - \frac{1}{2} \right) \right) \right]. \quad (12)$$

Формула (12) вміщує активну і реактивну компоненти, які характеризуються безрозмірними коефіцієнтами $\operatorname{Re}(Z_B/Z_0)$, $\operatorname{Im}(Z_B/Z_0)$ у вигляді годографів вхідного імпедансу Z_B для різних значень коефіцієнту витрат енергії γ , рис. 2.

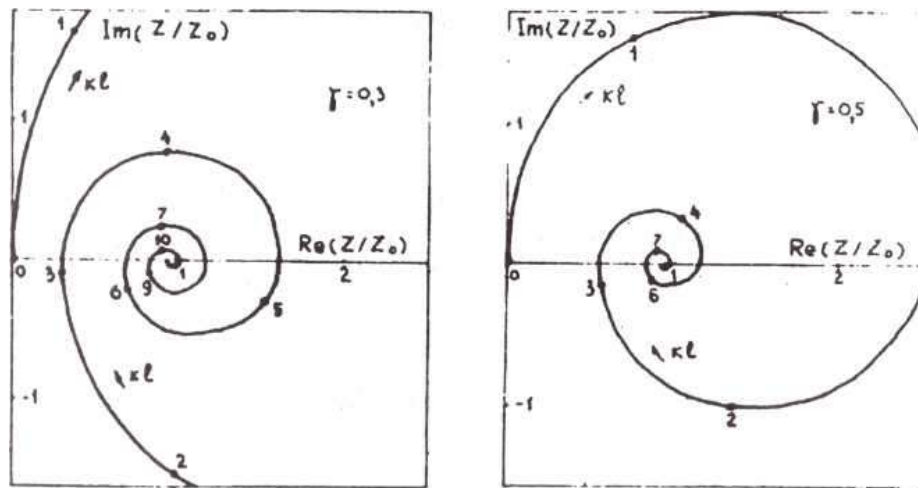


Рис. 2. Годографи вхідного імпедансу

Із зростанням параметру kl вектор годографу рухається по спіралі, відтворюючи комплексний опір середовища на збудження вібрації.

Орієнтовно на умови імпедансного методу, знайдені імпеданси різних конструктивних елементів, які надалі використані при практичних розрахунках. До них належать двомірні стержневі елементи, пластини, які використовуються для апроксимації імпедансів гнучких робочих органів. Завдяки близьким формам передачі та просторового розподілу енергії, імпеданси загальних вібрацій стрижнів та пластин виявляються подібними.

Вібруючі середовища у багатьох випадках займають трьохмірні масиви, а передача енергії здійснюється шляхом збудження хвиль різної форми [3].

Імпеданси збудження хвиль у масивах джерелами різної форми у вигляді сфер, циліндрів, дисків визначаються рішенням хвильових рівнянь і характеризують активний та реактивний опір вібруючого середовища рис. 3.

Використання вхідних імпедансів дозволяє знайти швидкість середовища в області збудження вібрації, оцінити вплив середовища на динаміку робочого органу.

Імпеданс збудження хвиль сферою та осцилюючим циліндром, відповідно:

$$Z_c = \rho c S \alpha_1 + i \omega \rho R S \beta_1; \quad Z_4 = \frac{1}{2} \rho c S (\alpha_2 + i \beta_2), \quad (13)$$

де ρ – щільність середовища, c – швидкість хвиль, S – площа, α, β – коефіцієнти, залежні від спеціальних функцій.

Для осцилюючого циліндру нормальні швидкості вібрації середовища змінюються пропорційно квадрату відстані:

$$f_r = f_0 \frac{R^2}{r^2}, \quad (14)$$

де f_0 – швидкість на поверхні циліндра; r – радіальна координата; R – радіус циліндра.

Імпеданс збудження хвиль плоским пульсуючим диском має виразну особливість опору по реактивній компоненті у порівнянні з пульсуючим, вони визначаються:

$$Z = \rho c S \alpha_1 + i \frac{8}{3} \rho R^3 \omega \beta_1; \quad Z = \rho c S \alpha_2 + i \frac{4}{3} \rho R^3 \omega \beta_2, \quad (15)$$

де ρ – щільність середовища, c – швидкість хвиль, S, R – відповідно площа і радіус диску, рис. 3.

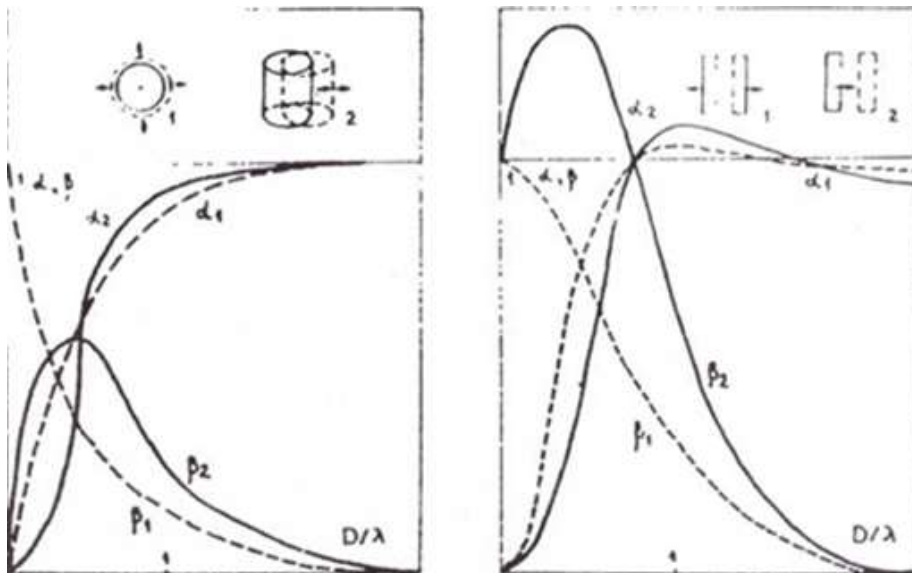


Рис. 3. Збудження хвиль у масивах, джерелами різної форми

Обговорення результатів дослідження. Розглянуті залежності та подібні їм, стосовно інших випадків збудження хвиль, використані у роботі при застосуванні імпедансного методу при визначенні взаємодії робочих органів різної форми з вібруючим середовищем у різних, практично важливих, умовах і випадках розрахунку динаміки вібраційних машин [9].

Застосування імпедансних методів розрахунку енергетичного стану та взаємного впливу елементів вібраційних машин дозволило запропонувати нові машини, визначити реологічні властивості вібруючих середовищ, забезпечити технологічну ефективність вібраційних процесів [10].

Висновки.

Розроблені методи імпедансного аналізу одномірних та багатомірних вібраційних систем із зосередженими та розподільними параметрами. Встановлено вклад вібраційних процесів у структуру зв'язків і функціонування різноманітних вібраційних систем.

Побудована множина рішень цих рівнянь стосовно різноманітних випадків важливих у практиці розрахунку вібраційних машин. Рішення представлені у імпедансній формі, що лягло основою узагальнення і розвитку імпедансних методів розрахунку вібраційних систем.

Обґрунтовано і впроваджено імпедансний метод розрахунку впливу властивостей вібруючого середовища на вибір динамічних параметрів вібраційних машин.

Література

1. Назаренко І.І. Машини для виробництва будівельних матеріалів. Підручник / І.І. Назаренко. – К.: Віпол, 1999. – 485 с.
2. Назаренко І.І. Основы моделирования строительных машин. Монография / И.И. Назаренко, В.А. Пенчук, В.И. Сердюк, Л.А. Хмара. – К: Леся. 2003. – 163 с.
3. Назаренко І.І. Прикладные задачи теории вибрационных систем. Учебное пособие / И.И. Назаренко. – К.: Віпол, ІСДО. 1993. – 216 с.
4. Назаренко І.І. Строительные машины и оборудование. Учебник / И.И. Назаренко, А.А. Кархов. – К.: Вища школа, 1986. – 277 с.
5. Ловейкин В.С. Расчеты оптимальных режимов движения механизмов строительных машин / В.С. Ловейкин. – К.: УМК МВО Украины, 1990. – 166 с.
6. Ловейкин В.С. Динамическая оптимизация подъемных машин. Монография. /В.С. Ловейкин, А.П. Нестеров. – Луганск: Видавництво СНУ, 2002. – 368 с.
7. Сівко В.Й. Обладнання підприємств промисловості будівельних матеріалів і виробів. Підручник / В.Й. Сівко, В.А. Поляченко. – К.: Вища школа, 2004. – 280 с.

8. Сівко В.Й. Механічне обладнання підприємств будівельних виробів. Підручник / В.Й. Сівко. – К.: Вища школа, 1994. – 358 с.
9. Яковенко В.Б. Элементы прикладной теории вибрационных систем / В.Б. Яковенко. – К.: Наукова думка, 1992. – 219 с.
10. Яковенко В.Б. Нелинейные задачи динамики механических систем / В.Б. Яковенко. – К.: Наукова думка, 1996.

References

1. Nazarenko, I.I. (1999). *Mashini dlja virobnictva budivelnih materialiv [Machines for the production of building materials]*. Kyiv: Vipol.
2. Nazarenko, I.I., Penchuk, V.A., Serdjuk, V.I., Hmara, L.A. (2003). *Osnovy modelirovanija stroitelnyh mashin [Basics of modeling of construction machines]*. Kyiv: Lesja.
3. Nazarenko, I.I. (1993). *Prikladnye zadachi teorii vibracionnyh system [Applied problems of the theory of vibrational systems]*. Kyiv: Vypol, ISDO.
4. Nazarenko, I.I., Karhov, A.A. (1986). *Stroitelnye mashiny i oborudovanie [Construction machinery and equipment]*. Kyiv: Vishha shkola.
5. Lovejkin, V.S. (1990). *Raschety optimalnyh rezhimov dvizhenija mehanizmov stroitelnyh mashin [Calculations of optimal modes of movement of mechanisms of construction machines]*. Kyiv: UMK MVO Ukrainy.
6. Lovejkin, V.S., Nesterov, A.P. (2002). *Dinamicheskaja optimizacija podemnyh mashin [Dynamic optimization of lifting machines]*. Lugansk: Vidavnictvo SNU.
7. Sivko, V.J., Poljachenko, V.A. (2004). *Obladnannja pidpryjemstv promyslovosti budivelnyh materialiv i vyrobiv [Equipment of industrial enterprises of building materials and products]*. Kyiv: Vyshha shkola.
8. Sivko, V.J. (1994). *Mehanichne obladdannja pidpryjemstv budivelnyh vyrobiv [Mechanical equipment of construction products enterprises]*. Kyiv: Vyshha shkola.
9. Jakovenko, V.B. (1992). *Elementy prikladnoj teorii vibracionnyh sistem [Elements of the applied theory of vibration systems]*. Kyiv: Naukova dumka.
10. Jakovenko, V.B. (1996). *Nelinejnye zadachi dinamiki mehanicheskikh sistem [Nonlinear problems of the dynamics of mechanical systems]*. Kyiv: Naukova dumka.

Надійшло до редакції 28.11.2017 р.

Рецензент: д.т.н., проф. Сівко В.Й.