



Моделювання технологічних процесів

УДК 629.1.04

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ У ТЯГОВО-ЗЧІПНОМУ ПРИСТОСУВАННІ ЛЕГКОВОГО АВТОМОБІЛЯ З ПРИЧЕПОМ

М.П. Нестеренко*, О.В. Орисенко, М.О. Скорик

Полтавський національний технічний університет імені Юрія Кондратюка
Першотравневий пр., 24, Полтава, 36011, e-mail: nesterenkonikola@gmail.com

АНОТАЦІЯ: Наведено результати математичного моделювання динамічних процесів у тягово-зчипному пристосуванні легкового автомобіля з причепом. Показано, що наявність у складі тягово-зчипного пристосування дисипативної ланки дозволяє уникнути коливальних процесів та значно зменшити динамічні навантаження під час перехідних режимів руху автопоїзда.

Ключові слова: автомобіль, причіп, буксирування, динамічні навантаження.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В ТЯГОВО-СЦЕПНОМ ПРИСПОСОБЛЕНИИ ЛЕГКОВОГО АВТОМОБИЛЯ С ПРИЦЕПОМ

М.П. Нестеренко*, А.В. Орисенко, М.А. Скорик

Полтавский национальный технический университет имени Юрия Кондратюка
Першотравневий пр., 24, Полтава, 36011, e-mail: nesterenkonikola@gmail.com

АННОТАЦИЯ: Приведены результаты математического моделирования динамических процессов в тягово-сцепном приспособлении легкового автомобиля с прицепом. Показано, что наличие в составе тягово-сцепного приспособления диссипативного звена позволяет избежать колебательных процессов и значительно уменьшить динамические нагрузки при переходных режимах движения автопоезда.

Ключевые слова: автомобиль, прицеп, буксировка, динамические нагрузки.

MATHEMATICAL MODELING OF DYNAMIC TRACTION COUPLING PROCESSES IN ADAPTATION OF CARS WITH TRAILERS

M.P. Nesterenko*, O.V. Orysenko, M.O. Skoryk

Poltava National Technical Yuri Kondratyuk University
Pershotravnevy av. 24, Poltava, 36011, e-mail: nesterenkonikola@gmail.com

ABSTRACT. The results of mathematical modeling of dynamic processes in traction coupling adjustment car trailer. It is shown that the presence in the drawbar coupling devices dissipative link avoids oscillatory processes and significantly reduce dynamic loads during transients train movement.

Key words: car, trailer, towing, dynamic loads.

Постановка проблеми. Буксирування автомобілем причепа супроводжується багаторазовими знакозмінними навантаженнями у тягово-зчипному пристосуванні, яке у системі «автомобіль – причіп» є пружною ланкою. За певних умов у такій системі виникають коливальні процеси під час яких миттєве значення змінної складової сил може набагато перевищити статичні й інерційні навантаження. Це викликає перевантаження окремих елементів тягово-зчипного пристосування та розвиток в них прогресуючих явищ втоми, що, в свою чергу, призводить до скорочення ресурсу їх роботи, або, навіть, до аварійної ситуації.

Отже, для підвищення надійності, довговічності та безпеки в експлуатації проектування тягово-зчипних пристосувань автопоїздів повинне здійснюватись з урахуванням динамічних навантажень.

Аналіз досліджень і публікацій, у яких започатковано розв'язання даної проблеми. Дослідженню динамічних процесів під час руху автопоїзда присвячено ряд наукових робіт. Фундаментальними у даному напрямку є роботи [1, 2]. Так у роботі [1] розглянуто динамічну взаємодію тягача та причепа під час різних режимів руху з урахуванням впливу основних конструктивних та експлуатаційних факторів автопоїзда. Наведено методи розрахунку зчіпних пристосувань та вибору параметрів їх пружних в'язів.

Динамічній взаємодії ланок автопоїзда приділено значну увагу у монографії [2]. В даній роботі автопоїзд розглянуто як багатомасову систему ланки якої з'єднані пружними в'язями.

Дослідженню впливу параметрів тягово-зчіпного пристосування на динамічну взаємодію ланок малотонажного автопоїзда присвячена робота [3].

Математичні моделі руху автопоїзда, що наведені у даних роботах містять значну кількість чинників, що впливають на характер взаємодії ланок автопоїзда, проте, для встановлення основних закономірностей динамічної взаємодії легкового автомобіля з причепом можна скористатись двохмасовою динамічною моделлю.

Формулювання цілей статті. Метою даної статті є висвітлення результатів математичного моделювання динамічних процесів, що виникають у тягово-зчіпному пристосуванні при буксируванні легковим автомобілем причепа.

Виклад основного матеріалу. Для дослідження динамічних процесів, що виникають у тягово-зчіпному пристосуванні легкового автомобіля з причепом скористаємось положеннями теорії механічних коливань [4]. Автомобіль та причіп який він буксирує представимо у вигляді двохмасової динамічної моделі [5] (рис. 1). При складанні еквівалентної схеми прийнято наступні припущення:

- рух автопоїзда розглянуто на горизонтальному відрізку шляху;
- опір дороги прийнято величиною сталою, яка в процесі руху не змінюється і залежить від типу дорожнього покриття;
- опором повітря нехтуємо враховуючи невелику швидкість руху автомобіля при буксируванні причепа;
- автомобіль та причіп вважаємо абсолютно твердими тілами масою відповідно m_1 та m_2 ;
- жорсткість тягово-зчіпного пристосування C прийнято величиною лінійною у всьому діапазоні можливих деформацій;
- дисипативний опір демпфера α прийнято пропорційним швидкості переміщення;
- зазори в тягово-зчіпному пристосуванні відсутні.

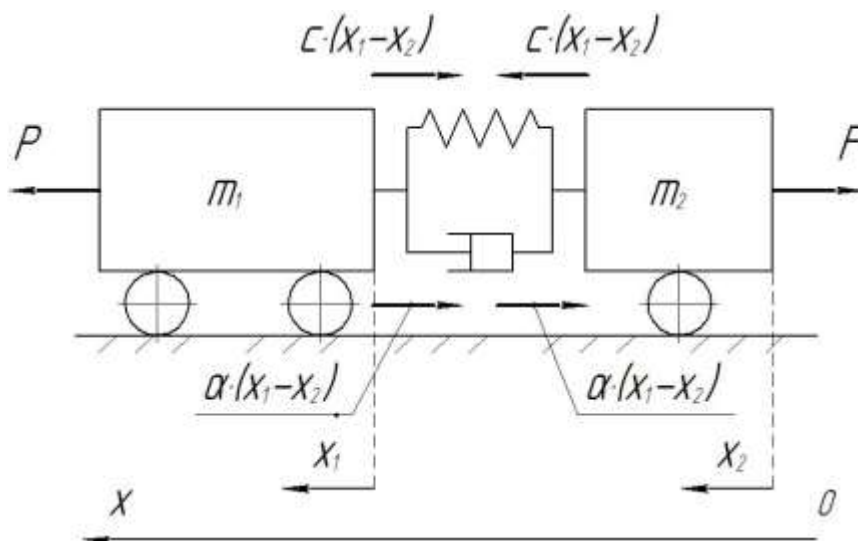


Рис. 1. Еквівалентна схема двохмасової системи «автомобіль – причіп»



Вісь Ox спрямуємо в напрямку руху автомобіля. Силу тяги позначимо P , а силу опору рухові причепа – F .

Спочатку, з метою аналізу руху системи «автомобіль-причіп» при відсутності демпфера, силами дисипативного пору знехтуємо.

Надамо масі автомобіля m_1 переміщення x_1 , а масі причепа m_2 переміщення x_2 .

Тоді згідно з принципом Даламбера – Лагранжа рух системи «автомобіль – причіп» можна представити у вигляді системи диференціальних рівнянь

$$\begin{cases} m_1 \cdot \ddot{x}_1 + c \cdot (x_1 - x_2) = P, \\ m_2 \cdot \ddot{x}_2 - c \cdot (x_1 - x_2) = -F. \end{cases} \quad (1)$$

Помножимо перше рівняння системи (1) на m_2 , а друге – на m_1 , та віднімемо від першого рівняння друге

$$m_1 \cdot m_2 \cdot (\ddot{x}_1 - \ddot{x}_2) + c \cdot (m_1 + m_2) \cdot (x_1 - x_2) = P \cdot m_2 + F \cdot m_1. \quad (2)$$

Позначивши взаємне переміщення мас m_1 і m_2 через x , отримаємо

$$m_1 \cdot m_2 \cdot \ddot{x} + c \cdot (m_1 + m_2) \cdot x = P \cdot m_2 + F \cdot m_1. \quad (3)$$

Поділимо праву і ліву частини рівняння (3) на $m_1 \cdot m_2$. Отримаємо

$$\ddot{x} + \frac{c \cdot (m_1 + m_2)}{m_1 \cdot m_2} \cdot x = \frac{P \cdot m_2 + F \cdot m_1}{m_1 \cdot m_2}. \quad (4)$$

Рівняння (4) є неоднорідним диференціальним рівнянням другого порядку, яке описує коливальні процеси в системі «автомобіль – причіп».

Розв'язок даного рівняння складається із загальної та часткової частин, тобто

$$x = x^* + x^{**}. \quad (5)$$

Розв'язок такого рівняння має вигляд [4]

$$x^* = C'_1 \cdot \cos kt + C'_2 \cdot \sin kt; \quad (6)$$

$$x^{**} = \frac{P \cdot m_2 + F \cdot m_1}{m_1 \cdot m_2} \cdot \frac{1}{k^2}, \quad (7)$$

де k – частота власних коливань системи, c^{-1}

$$k^2 = \frac{c \cdot (m_1 + m_2)}{m_1 \cdot m_2}. \quad (8)$$

З урахуванням (8) рівняння (7) набуде вигляду

$$x^{**} = \frac{P \cdot m_2 + F \cdot m_1}{c \cdot (m_1 + m_2)}. \quad (9)$$

Підставивши розв'язок рівнянь (6) та (9) у рівняння (5) отримаємо

$$x = C'_1 \cdot \cos kt + C'_2 \cdot \sin kt + \frac{P \cdot m_2 + F \cdot m_1}{c \cdot (m_1 + m_2)}. \quad (10)$$

Враховуючи, що динамічне навантаження в пружній ланці

$$P_d = c \cdot x, \quad (11)$$

та прийнявши

$$C_1 = C'_1 \cdot x, \quad (12)$$

$$C_2 = C'_2 \cdot x, \quad (13)$$

отримаємо

$$P_d = C_1 \cdot \cos kt + C_2 \cdot \sin kt + \frac{P \cdot m_2 + F \cdot m_1}{m_1 + m_2}. \quad (14)$$

Рівняння (14) описує динамічні процеси, які відбуваються в пружній ланці системи «автомобіль – причіп» при взаємному переміщенні мас m_1 та m_2 .

Величини C_1 та C_2 в рівнянні (14) є постійними інтегрування, які знаходять із початкових умов.

Розглянемо початкові умови, які відповідають рушанню автомобіля з місця

$$t = 0; \dot{P}_d = 0; P_d = 0. \quad (15)$$

Знайдемо першу похідну за часом від P_d

$$\dot{P}_d = -k \cdot C_1 \cdot \sin kt + k \cdot C_2 \cdot \cos kt. \quad (16)$$

Згідно прийнятих початкових умов (15) з рівнянь (14) та (16) отримаємо

$$C_1 = -\frac{P \cdot m_2 + F \cdot m_1}{(m_1 + m_2)}, \quad (17)$$

$$C_2 = 0. \quad (18)$$

Після підстановки (17) та (18) у рівняння (14) й математичних перетворень отримаємо

$$P_d = \frac{P \cdot m_2 + F \cdot m_1}{(m_1 + m_2)} \cdot (1 - \cos kt). \quad (19)$$

Рівняння (19) описує зміну динамічних навантажень під час перехідних режимів у тягово-зчіпному пристосуванні системи «автомобіль – причіп» без урахування дисипативного опору демпфіруючого пристрою. Як бачимо зміна динамічних навантажень носить коливальний характер. Аналізуючи дане рівняння приходимо до висновку, що максимальне (пікове) навантаження у тягово-зчіпному пристосуванні виникає за умови $\cos kt = -1$. У цьому випадку динамічне навантаження дорівнює

$$P_d = 2 \cdot \frac{P \cdot m_2 + F \cdot m_1}{(m_1 + m_2)}. \quad (20)$$

У випадку урахування дисипативних сил опору взаємному переміщенню автомобіля та причепа згідно з принципом Даламбера – Лагранжа отримаємо таку систему диференціальних рівнянь

$$\begin{cases} m_1 \cdot \ddot{x}_1 + \alpha \cdot (\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + c \cdot (x_1 - x_2) = P, \\ m_2 \cdot \ddot{x}_2 + \alpha \cdot (\dot{x}_1 - \dot{x}_2) - c \cdot (x_1 - x_2) = -F. \end{cases} \quad (21)$$



Проведемо з рівняннями системи такі ж математичні операції як і в першому випадку, а саме помножимо перше рівняння системи (21) на m_2 , друге – на m_1 , та віднімемо від першого друге та поділимо всі члени отриманого рівняння на $m_1 \cdot m_2$

$$(\ddot{x}_1 - \ddot{x}_2) + \alpha \cdot \frac{(m_2 - m_1)}{m_1 \cdot m_2} \cdot (\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + c \cdot \frac{(m_1 + m_2)}{m_1 \cdot m_2} \cdot (x_1 - x_2) = \frac{P \cdot m_2 + F \cdot m_1}{m_1 \cdot m_2}. \quad (22)$$

Врахувавши, що

$$\ddot{x}_1 - \ddot{x}_2 = \ddot{x}, \quad (23)$$

$$\dot{x}_1 - \dot{x}_2 = \dot{x}, \quad (24)$$

$$x_1 - x_2 = x, \quad (25)$$

запишемо рівняння (22) у вигляді

$$\ddot{x} + \alpha \cdot \frac{(m_2 - m_1)}{m_1 \cdot m_2} \cdot \dot{x} + \frac{c \cdot (m_1 + m_2)}{m_1 \cdot m_2} \cdot x = \frac{P \cdot m_2 + F \cdot m_1}{m_1 \cdot m_2}. \quad (26)$$

Уведемо позначення

$$2 \cdot n = \alpha \cdot \frac{(m_2 - m_1)}{m_1 \cdot m_2}, \quad (27)$$

$$k^2 = \frac{c \cdot (m_1 + m_2)}{m_1 \cdot m_2}. \quad (28)$$

Із урахуванням (27) і (28) рівняння (26) набуде вигляду

$$\ddot{x} + 2 \cdot n \cdot \dot{x} + k^2 \cdot x = \frac{P \cdot m_2 + F \cdot m_1}{m_1 \cdot m_2}. \quad (29)$$

Розв'язок даного рівняння складається із загальної та часткової частин

$$x = x^* + x^{**}. \quad (30)$$

Частковий розв'язок (30) матиме вигляд рівняння (9). Загальний розв'язок (30) залежатиме від співвідношення величин n і k .

Розглянемо випадок, коли n дорівнює k , як рекомендований при проектуванні амортизаторів підвіски [6]. В такому випадку коливання має відсутні, а їх рух має аперіодичний характер.

При $n = k$ загальний розв'язок рівняння (29) має вигляд

$$x = e^{-nt} \cdot (C'_1 \cdot t + C'_2) + \frac{P \cdot m_2 + F \cdot m_1}{c \cdot (m_1 + m_2)}. \quad (31)$$

Враховуючи (11), отримаємо

$$P_d = e^{-nt} \cdot C'_1 \cdot c \cdot t + e^{-nt} \cdot C'_2 \cdot c + \frac{P \cdot m_2 + F \cdot m_1}{c \cdot (m_1 + m_2)} \cdot c. \quad (32)$$

Позначимо:

$$C_1 = C'_1 \cdot c, \quad (33)$$

$$C_2 = C'_2 \cdot c. \quad (34)$$

Тоді рівняння (32) набуде вигляду

$$P_d = e^{-nt} \cdot C_1 \cdot t + e^{-nt} \cdot C_2 + \frac{P \cdot m_2 + F \cdot m_1}{m_1 + m_2}. \quad (35)$$

Розглянемо динамічну систему за тих же початкових умов, що і у випадку дослідження без урахування дисипативного опору демпфера, а саме $t = 0$; $\dot{P}_d = 0$; $P_d = 0$.

Знайдемо першу похідну за часом від P_d

$$\dot{P}_d = -n \cdot e^{-nt} \cdot C_1 \cdot t + e^{-nt} \cdot C_1 - n \cdot e^{-nt} \cdot C_2. \quad (36)$$

З урахуванням початкових умов з (35) і (36), отримаємо

$$C_1 = -\frac{n \cdot (P \cdot m_2 + F \cdot m_1)}{(m_1 + m_2)}, \quad (37)$$

$$C_2 = -\frac{P \cdot m_2 + F \cdot m_1}{(m_1 + m_2)}. \quad (38)$$

Після підстановки (37) та (38) у рівняння (35) й математичних перетворень отримаємо

$$P_d = \frac{P \cdot m_2 + F \cdot m_1}{(m_1 + m_2)} \cdot (1 - e^{-nt} \cdot (n \cdot t + 1)). \quad (39)$$

Рівняння (39) описує зміну динамічних навантажень під час перехідних режимів у тягово-зчіпному пристосуванні системи «автомобіль – причіп» з урахуванням дисипативного опору демпфіруючого пристрою. Як бачимо зміна динамічних навантажень носить аперіодичний характер.

Результати аналітичних досліджень для легкового автомобіля та причепа повною масою відповідно 1595 кг та 700 кг наведено на рис. 2.

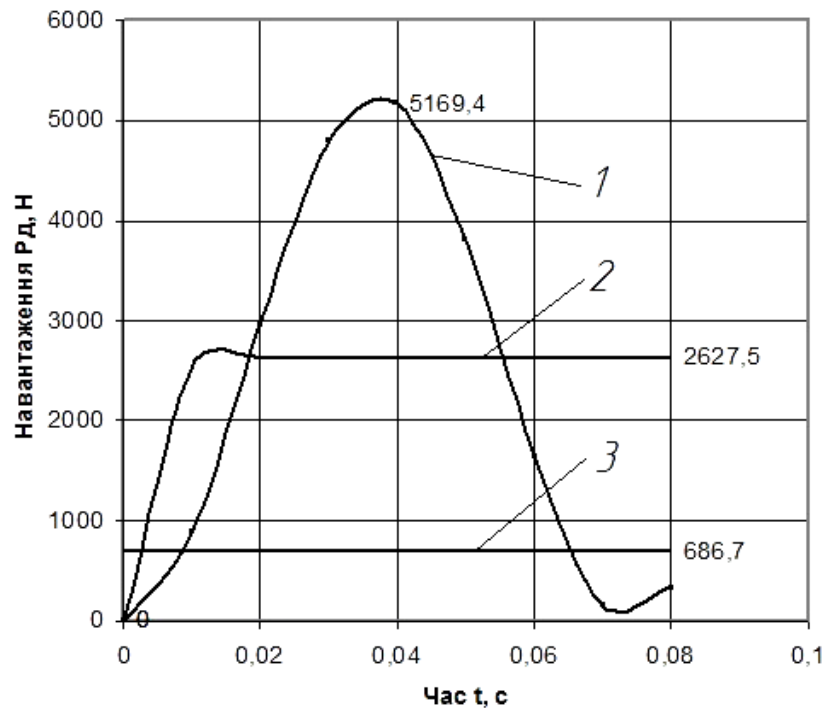


Рис. 2. Динамічні навантаження у тягово-зчіпному пристосуванні легкового автомобіля з причепом:
 1 – без урахування дисипативних сил опору переміщенню; 2 – з урахуванням дисипативних сил опору переміщенню; 3 – навантаження від опору коченню

Висновки:

Математичне моделювання динамічних процесів у тягово-зчіпному пристосуванні легкового автомобіля з причепом дозволило досягти наступних результатів:

1. Отримано аналітичну залежність (19), яка дозволяє описати зміну динамічних навантажень в тягово-зчіпному пристосуванні легкового автомобіля з причепом під час перехідних режимів руху без урахування дисипативних сил опору. Дана залежність дозволяє встановити загальну характеристику взаємодії ланок автопоїзда;

2. Отримано аналітичну залежність (39), яка дозволяє досліджувати зміну динамічних навантажень у тягово-зчіпному пристосуванні з урахуванням дисипативного опору демфіруючого пристрою;

3. Порівняння величин динамічних навантажень без урахування дисипативного опору та з його урахуванням (рис.2) підтверджує гіпотезу про доцільність застосування у складі тягово-зчіпного пристосування дисипативної ланки. Це дозволяє уникнути коливальних процесів та значно зменшити динамічні навантаження під час перехідних режимів руху автопоїзда

Література

1. *Щукин М. М.* Сцепные устройства автомобилей и тягачей: Конструкция, теория, расчет / М. М. Щукин. – М.–Л.: Машиностроение, 1961. – 207 с.
2. *Закин Я.Х.* Прикладная теория движения автопоезда: монография / Я.Х. Закин, В.С. Кононова, С.А. Гостева, Е.Н. Галактионова, Л.В. Морозова. – М.: Транспорт, – 1967. – 258 с.
3. *Железнов Р.Е.* Обоснование и методика выбора параметров сцепного устройства малотоннажного автопоезда. Автореф. дис. ... канд. техн. наук. – Волгоград, ВолгГТУ, 2015. – 16 с.
4. *Яблонский А.А.* Курс теоретической механики. Ч. II. Динамика / А.А. Яблонский. – М.: Высш. шк., 1984. – 423 с.
5. *Степанов А.Г.* Динамика машин / А.Г. Степанов – УрО РАН, 1999. – 304 с.

6. Дербаремдикер А.Д. Амортизаторы транспортных машин / А.Д. Дербаремдикер. – М.: Машиностроение, 1985. – 200 с.

7. Назаренко І. І. Методика досліджень загальної динамічної моделі "технологічна машина для будівельної індустрії – оброблюване середовище" / І. І. Назаренко, М.П. Нестеренко // Техніка будівництва. - 2015. - № 34. - С. 4-11.

References

1. Shchukin, M.M. (1961). *Stsepnyye ustroystva avtomobily i tyagachey: Konstruktsiya, teoriya, raschet [Coupling devices for cars and tractors: Construction, theory, calculation]*/ M. M. Shchukin. Moscow–Leningrad: Mashinostroyeniye.

2. Zakin, YA.KH., Kononova, V.S., Gosteva, S.A., Galaktionova, Ye.N., Morozova L.V. (1967). *Prikladnaya teoriya dvizheniya avtopoyezda: Monografiya [Applied theory of the movement of a road train: monograph]*. Moscow: Transport.

3. Zheleznov, R. Ye. (2015). *Obosnovaniye i metodika vybora parametrov stsepnogo ustroystva malotonnazhnogo avtopoyezda [Rationale and methodology for choosing the parameters of a towing device for a low-tonnage road train]*. Avtoref. dis. ... kand. tekhn. nauk. Volgograd, VolgGTU.

4. Yablonskiy, A.A. (1984). Kurs teoreticheskoy mekhaniki. P. 2. Dinamika [Course of theoretical mechanics. Part II. Dynamics]. Moscow: Vyssha shkola.

5. Stepanov, A.G. (1999). *Dinamika mashin [Dynamics of machines]*. UrO: RAN.

6. Dербаремдикер, А.Д. (1985). *Amortizatory transportnykh mashin [Shock absorbers for transport vehicles]*. Moscow: Mashinostroyeniye.

7. Nazarenko, I.I., Nesterenko, M.P. (2015). Metodika doslidzhen' zagal'noi dinamichnoi modeli "tehnologichna mashina dlya budivel'noi industrii – obroblyuvane seredovishche" [The research methodology of the general dynamic model "technological machine for the building industry - the processed medium"]. *Tekhnika budivnitstva*, 34. 4-11.

Надійшло до редакції 2.04.2016 р.

Рецензент: д.т.н., проф. Кузьминець М.П.