УДК 629.017(07)

В.І. Лесько доцент КНУБА

ВИЗНАЧЕННЯ ПОКАЗНИКІВ НАДІЙНОСТІ ЕКСКАВАТОРІВ ЗА ІНФОРМАЦІЄЮ ПРО ПОТОКИ ВІДМОВ

АНОТАЦІЯ. *В роботі пропонується метод оцінювання показників безвідмовності екскаваторів чисельними методами на основі інформації про характеристики потоку відмов.*

SUMMARY. *The numerical method of evaluation of indicators of reliability excavators on the basis of information about the characteristics of the stream was proposed.*

Актуальність проблеми. При аналізі експлуатаційної надійності гідрофікованих одноківшових екскаваторів слід виділити три основних види відмов, які мають місце при їх експлуатації: параметричні, раптові та так звані квазіраптові.

До параметричних відмов, наприклад, слід віднести відмови, які пов’язані із поступовою та підконтрольною зміною технічного стану гідроприводу через процеси зношування, а саме – із зниженням обємного ККД його елементів, що призводить до зниження рівня ефективності функціювання екскаватора нижче граничного. До раптових відмов слід віднести відмови, імовірність появи яких *Q(t)* на протязі терміну $t+\Delta t$ не залежить від t, а лише від значення Δt, і які описуються експонентним законом розподілу. До решти відмов можна віднести такі відмови, які за існуючими визначеннями не без підстав не можуть однозначно належати ні до першого, ні до другого виду. Їм притаманні суб’єктивні ознаки раптової відмови, як абстрактної категорії лише за проявом, але не за фізичною суттю і не за математичною моделлю. Подібні відмови на сучасному етапі розвитку методів та засобів діагностики, забезпечення математичним апаратом теорії надійності, які поки що недостатньо сприяють дослідженню, контролю та відслідковуванню процесу формування відмов, мабуть коректніше було би віднести до квазіраптових.

Мета і постановка задачі. Якщо при аналізі отриманої інформації про надійність екскаваторів під час експлуатації зафіксовано саме такі відмови, то їх слід представляти як потік випадкових подій, що є характерним для відновлювальних технічних об’єктів. Вибір алгоритму обробки статистичних даних та методів визначення основних показників безвідмовності *P(t)* та *Q(t).*буде залежати як від характеристик отриманної інформації так і від її об'єму. Розглянемо випадки, коли об’єм статистичної інформації є достатнім для визначення характеристик потоку відмов та законів розподілу наробітку на відмову.

Послідовність появи квазіраптових відмов гідрофікованих одноківшових екскаваторів в процесі функціонування можна уявити у вигляді наступної моделі. Нагляд за новими або відновленними екскаваторами починається в момент часу $t=0$ (рис. 1). Після функціонування екскаваторів на протязі певного випадкового часу (наробітку) $t=\tau_1$ наступає перша відмова, після чого, як прийнято вважати, екскаватор миттєво відновлюється (ця умова має право на існування, так як термін відновлення *t*в набагато менший, ніж наробіток на відмову). Екскаватор знову працює до другої відмови на протязі випадкового терміну $t_2-t_1=\tau_2$, потім до третьої, і т.д.

Для визначеності вважається, що в початковий момент часу екскаватори роботоздатні, моменти часу відмов $t_1=\tau_1; t_2=\tau_1, t_m=\tau_1+...+\tau_m$ утворюють випадковий потік відмов (процес відновлення).

Оскільки всі відмови виникають під дією одних і тих самих факторів,то природно припустити, що наробітки на відмову τ_1, τ_2, ... , τ_i , ... , τ_n підпорядковуються одному і тому ж закону розподілу і незалежні:

$$F(t) = P\{\tau < t\}. \tag{1}$$

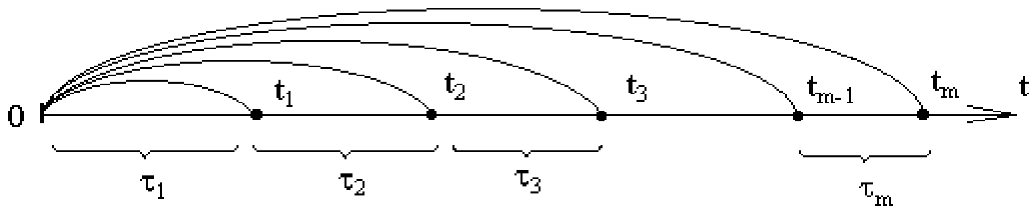

Рисунок 1. Модель процесу відновлення.

Процес відновлення описується випадковою величиною r (t), яка дорівнює числу відмов за термін t. Величина r (t) характеризується математичним очікуванням числа відмов на інтервалі τ_i, або ведучою функцією потоку відмов (функцією відновлення):

$$M[r(t)] = \Omega(t). \tag{2}$$

Для визначення емпіричного значення $\hat{\Omega}(t)$ під нагляд беруться N екземплярів однотипних екскаваторів та фіксується загальна кількість їх відмов за наробіток t.

Оцінка середнього значення відмов, які припадають на один екскаватор за наробіток t визначається таким чином:

$$\hat{\Omega}(t) = \frac{1}{N}\sum_{\mu=1}^{N} r_{\mu}(t). \tag{3}$$

В результаті накладання N процесів відновлення одержуємо об'єднаний процес відновлення ГП, по якому можна графічно представити $\hat{\Omega}(t)$ (рис. 2).

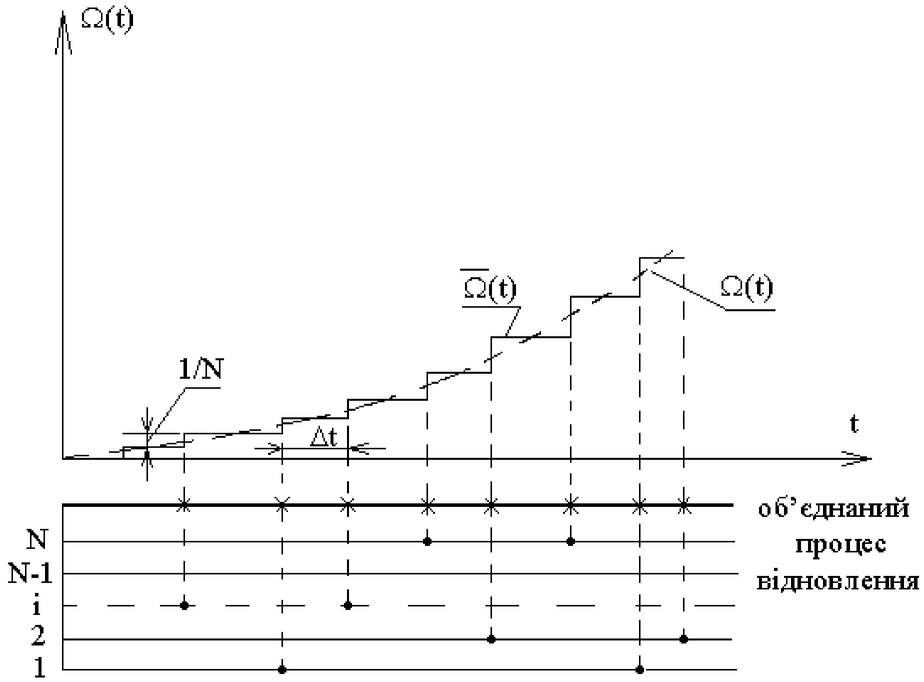

Рисунок 2. Функція відновлення.

Залежність $\hat{\Omega}(t)$ представляє собою ступінчату лінію, яка зберігає постійне значення в проміжку між відмовами окремих екземплярів екскаваторів і збільшується стрибком на величину 1/N в момент наступної відмови. При $N \to \infty$ ступінчата лінія наближається до деякої безперервної та плавної кривої Ω(t), яка і є ведучою функцією процесу відновлення Ω(t).

На основі функції відновлення Ω (t) визначається параметр потоку відмов $\omega(t)$:

$$\omega(t)=\frac{d\Omega(t)}{dt}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Omega(t+\Delta t)-\Omega(t)}{\Delta t}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Omega(t,t+\Delta t)}{\Delta t};\tag{4}$$

Параметр потоку відмов $\omega(t)$ можна інтерпретувати як середнє число (h$\cdot\,\omega(t)\cdot\Delta t$) відновлень в інтервалі *(t,t+* Δt*),* якщо одночасно має місце велика кількість незалежних процесів.

За статистичними даними величина $\hat{\omega}(t)$ оцінюється за виразом:

$$\hat{\omega}(t)=\frac{\Delta r}{N\Delta t}=\frac{\sum_{i=1}^{N}r_i(t+\Delta t)-\sum_{i=1}^{N}r_i(t)}{N\Delta t},\tag{5}$$

де: Δr - число відмов в інтервалі наробітку Δt.

Для визначення статистичного значення параметру потоку відмов $\hat{\omega}(t)$ необхідно весь період нагляду за об'єднаним процесом відновлення розподілити на більш дрібні інтервали наробітку Δt. По числу відмов Δr в кожному інтервалі наробітку Δt визначається оцінка параметра потоку відмов $\hat{\omega}(t)$ по формулі (5).

Випадкова величина *r(t)* має розподіл із законом :

$$\text{Імов}\left[r(t)>m\right]=P(r_1,r_2,...,r_\text{m}<t)=F_\text{m}(t),\tag{6}$$

де: $F_m(t)$ - закон розподілу випадкової величини τ_i. Імовірність того, що за час *t* не відбудеться ні однієї відмови (відновлення) :

$$P[r(t)=0]=P_0(t)-P(\tau_1<t)=1-F_\text{m}(t).\tag{7}$$

Імовірність того, що за час t відбудеться m відмов :

$$P[r(t)=m]=P_\text{m}(t)=F_\text{m}(t)-F_{\text{m}+1}(t).\tag{8}$$

З урахуванням виразів (2) та (8) функція відновлення записується так :

$$\Omega(t)=M\left[r(t)\right]=\sum_{m=1}^{\infty}mP_m(t)=\sum_{m=1}^{\infty}mF_m(t)-\sum_{m=1}^{\infty}mF_{m=1}(t)=\sum_{m=1}^{\infty}F_m(t),\tag{9}$$

де: $F_\text{m}(t)$ - функція розподілу сумарного наробітку до m-ої відмови (або m - стисла згортка функції *F(t).*)

$$F_m(t)=\int_0^t F_{m-1}(t-\tau)dt(\tau).\tag{10}$$

В роботах [1, 2, 3, 4, 5, 6] показано, що параметр потоку відмов, якщо величини наробітку між відмовами однаково розподіленні та незалежні (ординарні потоки із обмеженою післядією), пов'язаний із густиною розподілу f(t) інтегральним рівнянням Вольтерра другого роду із різничним ядром:

$$\omega(t)=f(t)+\int_0^t f(t-\tau)\omega(\tau)d\tau.\tag{11}$$

Рішення інтегрального рівняння (11) не завжди вдається рішити аналітично, в кінцевому вигляді. В деяких випадках, якщо існують перетворення Лапласа $\omega(s)$ та $f(s)$, то в операторській формі параметр потоку відмов та функція густини розподілу наробітку на відмову виражаються через перетворення Лапласа [6, 7]:

$$\omega(s)=\frac{f(s)}{1-f(s)};\quad f(s)=\frac{\omega(s)}{1+\omega(s)},\tag{12}$$

де: $\omega(s)=\int_0^\infty e^{-st}\omega(t)dt; \ f(s)=\int_0^\infty e^{-st}f(t)dt$ - перетворення Лапласа функцій відповідно $\omega(t)$ та $f(t)$.

Рішення рівняння з використанням формули (12) пов'язане з переходом із області зображення до функції $\omega(t)$.

Зворотне перетворення Лапласа в кінцевому вигляді може бути використане тільки для деяких законів розподілу відмов $f(t)$, таких, як показниковий та гамма-розподіл з параметром форми $m<4$. А взагалі, найти рішення для інших законів розподілу $f(t)$ не видається за можливе.

Для визначення параметру потоку відмов використовується також формула:

$$\omega(t)=\sum_{m=1}^{\infty} f_m(t), \tag{13}$$

де: $f_{\text{m}}(t)-m$ - стисла згортка функції густини розподілу $f(t)$.

$$f_m(t)=\int_0^\infty f_{m-1}(t-\tau)f(\tau)d\tau. \tag{14}$$

Але m - стислі згортки функцій $f(t)$ та $F(t)$ за формулами (10) та (14) визначаються в кінцевому вигляді лише в деяких випадках, наприклад, при нормальному законі розподілу.

В цьому випадку вони визначаються наступним чином:

$$f^m(t)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi m}}e^{-\frac{(t-mT_0)^2}{2\sigma^2 m}}; \tag{15}$$

$$F^m(t)=\Phi\left[\frac{t-mT_0}{\sigma\sqrt{m}}\right], \tag{16}$$

де: *Φ(z)* - функція Лапласа, $z=\frac{t-mT_0}{\sigma\sqrt{m}}$, а T_0 та σ - параметри нормального закону озподілу (середній час безвідмовної роботи та середнє квадратичне квадратичне відхилення).

Математичне очікування числа відмов:

$$\Omega(t)=\sum_{m=1}^{\infty}\Phi\left[\frac{t-mT_0}{\sigma\sqrt{m}}\right]. \tag{17}$$

Параметр потоку відмов при нормальному законі розподілу наробітку до відмов визначається за формулою:

$$\omega(t)=\sum_{m=1}^{\infty}\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi m}}\exp\left[-\frac{t-mT_0}{2m\sigma^2}\right]. \tag{18}$$

Математичне очікування наробітку до $m-$ої відмови та дисперсія мають вирази:

$$M[t_m]=mT_0; \ D(t_m)=m\sigma^2. \tag{19}$$

Значення T_0 рекомендується [10] визначати за формулою:

$$T_0=\frac{t_2-t_1}{[\Omega(t_2)-\Omega(t_1)]}=\frac{\Delta t}{\Omega(t+\frac{\Delta t}{2})-\Omega(t-\frac{\Delta t}{2})}. \tag{20}$$

У випадку, коли $3\sigma-T_0>0$, то для визначення $\omega(t)$ застосовується зрізаний нормальний закон розподілу :

$$\omega(t)=\sum_{m=1}^{\infty}\frac{C_m}{\sqrt{2\pi m\sigma}}e^{-\frac{(t-mT_0)}{2\sigma^2 m}}, \tag{21}$$

де: C_m - стала зрізаного нормального закону розподілу, яка визначається з умови

$\int_0^{\infty} f^m(t)dt=1,$ і дорівнює: $C_m=\dfrac{\sqrt{0{,}6366}}{\sigma\sqrt{m}\left[1+\Phi\left(\sqrt{\frac{m}{2}}\cdot\frac{T_0}{\sigma}\right)\right]},$

де: $\Phi\left(\sqrt{\frac{m}{2}}\cdot\frac{T_0}{\sigma}\right)$ - функція Лапласа.

В роботі [8,9] доказано, що здатність до операцій згортки має також диффузійний (Diffusive) розподіл, який відповідає немонотонному (Nomonotonic) марковському процесу (DN - розподіл). Використання цього закону для описування закономірностей відмов ГП дає змогу визначити основні показники надійності за відомими функціями розподілу :

$$F^m(t)=\Phi\left(\frac{t-mT_0}{V_0\sqrt{tT_0}}\right)+e^{\frac{2m}{V_0^2}}\Phi\left(-\frac{t+mT_0}{V_0\sqrt{tT_0}}\right). \tag{22}$$

Математичне очікування та дисперсія часу до $m-$ої відмови відповідно мають вирази :

$$M[t_m]=mT_0;\;\; D[t_m]=mV_0^2T_0^2. \tag{23}$$

Функція відновлення $\Omega(t)$ та параметр потоку відмов $\omega(t)$ визначаються за формулами :

$$\Omega(t)=M\left[r(t)=m\right]=\sum_{m=1}^{\infty}F^m(t)=\sum_{m=1}^{\infty}\left[\Phi\left(\frac{t-mT_1}{V_1\sqrt{tT_1}}\right)+e^{\frac{2m}{V_0^2}}\Phi\left(-\frac{t+mT_1}{V_1\sqrt{tT_1}}\right)\right]. \tag{24}$$

$$\omega(t)=\sum_{m=1}^{\infty}\frac{m\sqrt{T_1}}{V_1\cdot t\sqrt{2\pi\cdot t}}\exp\left[-\frac{(t-mT_1)^2}{2V_1^2tT_1}\right]. \tag{25}$$

В документі [9] рекомендується вибирати число m для формули (25) в межах $3\le m\le 6$.

Імовірність безвідмовної роботи ущільнювачів ГП для нормального та DN - розподілу в інтервалі $(t,t+\tau))$, коли t збігається з моментом початку функціонування після чергової відмови (відновлення), можна визначити відповідно за формулами:

$$P(t)=1-\Phi\left[\frac{t-mT_0}{\sigma\sqrt{m}}\right]. \tag{26}$$

$$P(t)=\Phi\left[\frac{T_0(t)-t}{V_1\sqrt{t\cdot T_0(t)}}\right]-\exp\left[\frac{2m}{V_1^2}\right]\Phi\left[-\frac{T_0(t)+t}{V_1\sqrt{t\cdot T_0(t)}}\right]. \tag{27}$$

Якщо наробіток між відмовами підпорядковується показниковому (експоненціальному) закону розподілу, тобто коли процес відновлення ГП є пуассоновським потоком (ординарним без післядії), то для визначення $\Omega(t)$ користуємось такою формулою:

$$\Omega(t)=M\left[r(t)\right]=\sum_{m=1}^{\infty}m\frac{(\lambda t)^m}{m!}e^{-\lambda t}=\lambda t. \tag{28}$$

Параметр потоку відмов $\omega(t)$ при цьому дорівнює інтенсивності відмов :

$$\omega(t)=\lambda(t)=\omega=\lambda=const. \tag{29}$$

Імовірність безвідмовної роботи P(t) при $\omega(t)=\lambda$ визначаємо за формулою :

$$P(t)=\exp[-\omega t]. \tag{30}$$

В теорії надійності [5] широко відома асимптотична властивість параметра потоку відмов якщо неперервна функція густини розподілу $f(t)\to 0$ при $t\to\infty$, то існує усталене значення параметру потоку відмов :

$$\overline{\omega}(t)=\overline{\omega}_{уст}=\lim_{t\to\infty}\omega(t)=\frac{1}{T_0}, \tag{31}$$

де: T_0 - середнє значення наробітку до першої відмови.

Ця важлива властивість порівняно просто дозволяє визначити усталене значення функції $\overline{\omega}(t)$, (рис. 3). Слід відмітити, що при $\sigma\to 0$ відмови відбуваються регулярно, а усталене значення $\overline{\omega}_{уст}$ може бути взагалі не досягнете через значні коливання $\omega(t)$, чого в практиці дослідження надійності екскаваторів не відмічено.

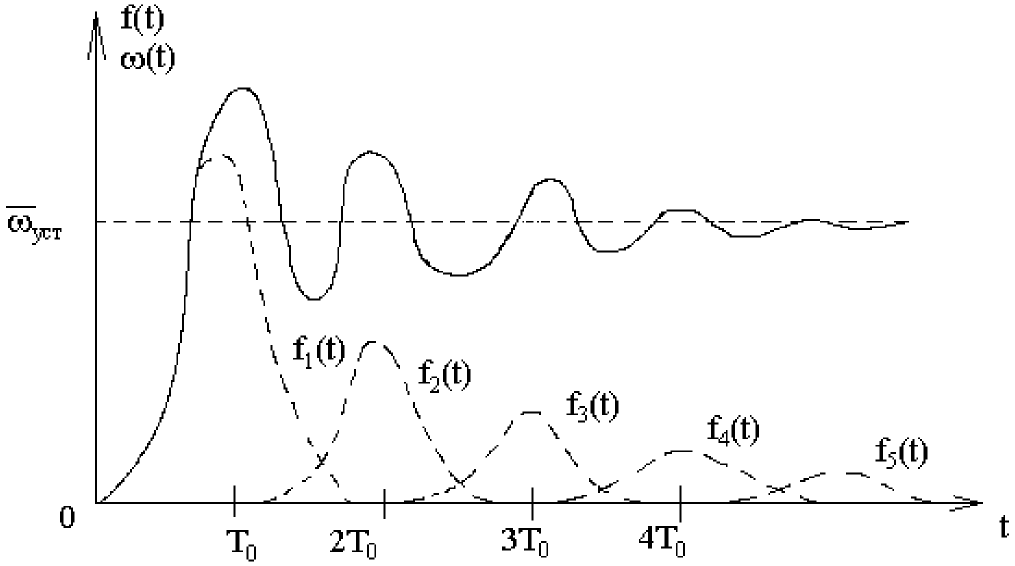

Рисунок 3. Параметр потоку відмов.

Таким чином, застосовуючи можливість аналітичного рішення (11), можна легко визначити показники безвідмовності для гідроприводу, в разі розподілу наробітку на відмову за нормальним, зрізаним нормальним, експоненціальним, та DN - розподілами. Оскільки для других законів розподілу не можливо одержати аналітичної функції $\omega(t)$ та $f_m(t)$, то при вирішенні практичних задач, в основі яких лежить обробка первинної інформації, інтегральне рівняння Вольтера (11) доцільно інтегрувати численними методами.

При цьому функції $\omega(t)$ та $f(t)$ задаються у вигляді дискретного ряду ω_i або f_i $\left(i=\overline{1,m}\right)$.

Введемо позначення для інтегральної функції:

$$F(t,\tau)=\omega(\tau)\cdot f(t-\tau). \tag{32}$$

В дискретній формі після заміни змінної t на m, а τ на i, вираз (32) запишеться у вигляді:

$$F(m,i)=\omega(i)\cdot f(m-i). \tag{33}$$

При $m=1$ із рівняння (11) одержимо $\omega_0=f_0$.

Якщо $m = 1$, то застосовуючи чисельний метод інтегрування – метод трапецій (рис. 4 а), отримаємо:

$$\int_0^t \omega(\tau)\cdot f(t-\tau)d\tau = \frac{\Delta t}{2}\cdot(\omega_0 f_1 + \omega_1 f_0),$$

де Δt - шаг інтегрування.

Рівняння (11) для цього випадку запишеться у вигляді:

$$\omega_1 = f_1 + \frac{\Delta t}{2}(\omega_0 f_1 + \omega_1 f_0), \text{ при } m = 2 \text{ (рис. 4 б)}$$

$$\int_0^t \omega(\tau) f(t-\tau)d\tau \approx \frac{\Delta t}{2}(\omega_0 f_2 + \omega_1 f_1 + \omega_1 f_1 + \omega_2 f_0)..$$

В даному випадку рівняння (11) має вигляд:

$$\omega_2 = f_2 + \frac{\Delta t}{2}(\omega_0 f_2 + 2\omega_1 f_1 + \omega_2 f_0).$$

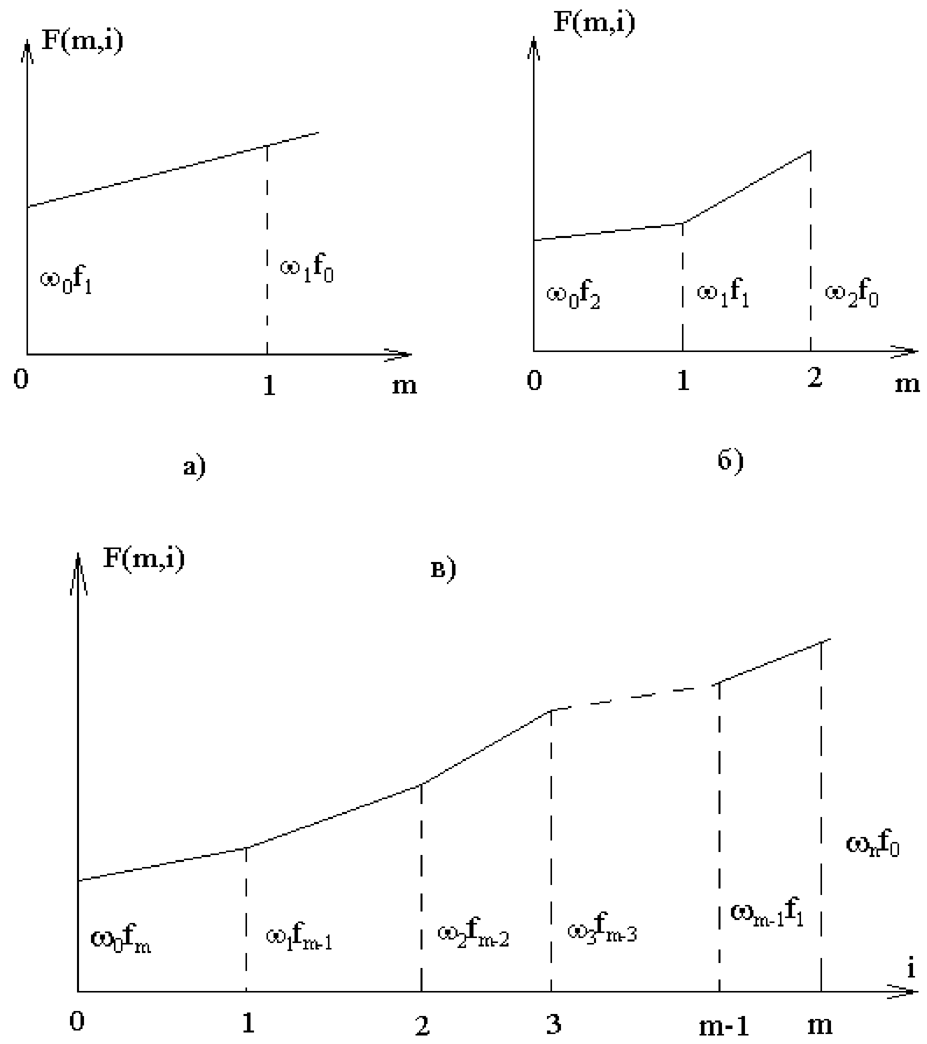

Рисунок 4. Чисельне рішення інтегрального рівняння:
а – m = 1; б – m = 2; в – загальний випадок.

В загальному випадку для довільного числа m маємо (рис. 4 в):

$$\int_0^t \omega(\tau) f(t-\tau)d\tau = \frac{\Delta t}{2}\left[(\omega_0 f_m + \omega_1 f_{m-1}) + \ldots + (\omega_{m-1} f_1 + \omega_m f_0)\right]. \quad (34)$$

З виразу (34) одержимо:

$$\omega_m = f_m + \frac{\Delta t}{2}\left(\omega_0 f_m + 2\omega_1 f_{m-1} + 2\omega_2 f_{m-2} + \ldots + 2\omega_{m-1} f_1 + \omega_m f_o\right);$$

або $\omega_m = f_m + \frac{\Delta t}{2}\left(\omega_0 f_m - 2\sum_{i=1}^{m-1}\omega_i f_{m-i} + \omega_m f_0\right)$. Таким чином, одержуємо наступні співвідношення:

$$\left.\begin{aligned}
&\omega_0 = f_0;\\
&\omega_1 = f_1 + \frac{\Delta t}{2}\left(\omega_0 f_1 + \omega_1 f_0\right);\\
&\omega_2 = f_2 + \frac{\Delta t}{2}\left(\omega_0 f_3 + 2\omega_1 f_2 + 2\omega_2 f_1 + \omega_3 f_0\right);\\
&\omega_3 = f_3 + \frac{\Delta t}{2}\left(\omega_0 f_3 + 2\omega_1 f_2 + 2\omega_2 f_1 + \omega_3 f_0\right);\\
&\ldots\\
&\omega_m = f_m + \frac{\Delta t}{2}\left(\omega_0 f_m + 2\sum_{i=1}^{m-1}\omega_i f_{m-1} + \omega_m f_0\right)
\end{aligned}\right\} \tag{35}$$

Система дозволяє по відомому дискретному ряду значень густини розподілу наробітків на відмову f_i знайти ряд значень параметру потоку відмов ω_i :

$$\left.\begin{aligned}
&\omega_0 = f_0;\\
&\omega_1 = \frac{\left[f_1 + \frac{\Delta t\omega_0 f_1}{2}\right]}{\left(1 - \frac{\Delta t f_0}{2}\right)};\\
&\omega_2 = \frac{\left[f_2 + \frac{\Delta t\left(\omega_0 f_2 + 2\omega_1 f_1\right)}{2}\right]}{\left(1 - \frac{\Delta t f_0}{2}\right)};\\
&\ldots\\
&\omega_m = \frac{\left[f_m + \frac{\Delta t\left(\omega_0 f_m + 2\sum_{i=1}^{m-1}\omega_i f_{m-1}\right)}{2}\right]}{\left(1 - \frac{\Delta t f_0}{2}\right)}
\end{aligned}\right\}. \tag{36}$$

Якщо відомий ряд значень параметру потоку відмов ω_i, то по співвідношеннях (35) можна здійснити зворотне рішення інтегрального рівняння (11) та визначити ряд значень густини розподілу f_i наробітку на відмову :

$$\left.\begin{aligned}
&f_0 = \omega_0;\\
&f_1 = \frac{\left(\omega_1 - \dfrac{\Delta t\omega_1 f_0}{2}\right)}{\left(1 + \dfrac{\Delta t\omega_0}{2}\right)};\\
&f_2 = \frac{\left[\omega_2 - \Delta t\left(2\omega_1 f_1 + \omega_2 f_0\right)/2\right]}{\left(1 + \Delta t\omega_0 / 2\right)};\\
&\dots\\
&f_m = \frac{\left[\omega_m\left(1 - \dfrac{\Delta t f_0}{2}\right) - \Delta t\sum_{i=1}^{m}\omega_i f_{m-1}\right]}{\left(1 + \dfrac{\Delta t\omega_0}{2}\right)}
\end{aligned}\right\} \tag{37}$$

Схема алгоритму рішення інтегрального рівняння (11) викладеним численним методом приведена на рис. 5.

Висновок. Розраховуючи за статистичними даними характеристики параметру відмов в різних інтервалах наробітку Δt, і рішаючи за ними інтегральне рівняння (11) з допомогою рекурентних співвідношень (37) визначаємо густину розподілу наробітку на відмову у вигляді дискретного ряду $f_0, f_1, f_2, ..., f_m$. Інтегруючи функцію $f(t)$ визначаємо імовірність відмов $Q(t)$ та знаходимо імовірність безвідмовної роботи P(t) гідроприводу по параметру "зовнішня негерметичність":

$$Q(t) = \int_0^t f(t)dt; \tag{38}$$

$$P(t) = 1 - Q(t).$$

Порівняння результатів дослідження параметрів потоку відмов та імовірності безвідмовної роботи одноківшових екскаваторів з гідроприводом, отриманих аналітичними та чисельними методами показали високу ефективність чисельного методу та певні переваги, а особливо в тих випадках, коли вид закону розподілу наробітку на відмову невідомий і визначити його неможливо або недоцільно.

Література

1. Кокс Д. Р., Смит В. Л. Теория восстановления. Пер. с англ., под ред. Беляева Ю. К – М.: "Советское радио", 1967. – 330 с.
2. Смит В. Л. Теория восстановления и смежные с ней вопросы. –М.: "Математика", 1961, № 3 – 5.
3. Гнеденко Б. В., Беляев Ю.К., Соловьев А. Д. Математические методы в теории надежности. – М: Наука, 1965. – 524 с.
4. Деч Г. Руководство к практическому применению преобразования Лапласа. ГИФМЛ, 1958.
5. Смирнов В. И. Курс высшей математики, ГИТТЛ, 1957, том 4.
6. Погребинский С. Б., Стрельников В. П. Проектирование и надежность многопроцессорных ЭВМ. – М.: Радио и связь, 1988. – 168 с.
7. Рябинин И.А. Основы теории и расчета надежности судовых электроэнергетических систем. – Л.: Судостроение,1971. – 456с.
8. Кузнецов В. А. Основные вопросы надежности радиоэлектронной радиоаппаратуры. – М.: "Энергия", 1965.
9. ДСТУ 2862 – 94. Надійність техніки. Методи розрахунку показників надійності. Загальні вимоги. – Київ: Держстандарт України, 1995. – 38 с.