



УДК 621.9.06-52

А.К. Кралин, к.т.н., доц., ДонНАСА  
Р.И. Рыбалко, к.т.н., доц., ДонНАСА

## АНАЛИЗ СИЛОВЫХ ФАКТОРОВ РОТОРНОЙ СИСТЕМЫ ПРИ ПЛАСТИЧЕСКОМ ФОРМООБРАЗОВАНИИ ИЗДЕЛИЙ

**АНОТАЦІЯ.** Наведені результати аналізу силових факторів, виникаючих від час роботи роторної системи. Встановлено, що в якості періодичних функцій імпульсного типу виступають момент спротиву обертанню ротора й поперечне навантаження на вал ротора. В залежності від кількості пуансонів, що розташовано на роторі, ці функції можуть мати значні нелінійні перекручування. Виявлені особливості дозволили зробити висновок про формування своєрідного динамічного стану ротора

**АННОТАЦИЯ.** Приведены результаты анализа силовых факторов, возникающих при работе роторной системы. Установлено, что в качестве периодических функций импульсного типа выступают момент сопротивления вращению ротора и поперечная нагрузка на его вал. В зависимости от количества размещаемых на роторе пуансонов эти функции могут иметь значительные нелинейные искажения. Выявленные особенности позволили сделать вывод о формировании своеобразного динамического состояния ротора.

**ANNOTATION.** The results of the analysis of power factors arising during the rotor system operation are presented. It is defined that the moment of resistance to the rotor rotation and the transverse load on its shaft are presented as a periodic impulse-type functions. Depending on the number of plungers being placed on the rotor, these functions may have considerable non-linear distortion. These peculiarities led to the conclusion about the formation of peculiar dynamic state of the rotor.

**Актуальность проблемы.** Развитие современного машиностроения неразрывно связано с освоением новых высокопроизводительных методов обработки металлов, к числу которых относятся методы, основанные на пластической деформации, а именно холодное выдавливание. Широкое распространение метод холодного выдавливания получил при изготовлении заготовок накидных гаек, втулок, крышек, колпачков и др. деталей цилиндрической формы, используемых в электронной, автомобильной и др. промышленности. Общим конструктивным элементом таких изделий является внутренняя или наружная резьба, формирование которой для данных изделий является сложной технологической задачей. В настоящее время отсутствуют эффективные и гибкие технологии изготовления резьбовых изделий и высокопроизводительное оборудование, способные интенсифицировать и комплексно автоматизировать производственные процессы изготовления таких деталей в условиях массового производства.

Способ бокового выдавливания резьбы [1, 2, 3] не требует специальной конструктивной оснастки и приспособлений и позволяет эффективно реализовать процесс получения требуемого изделия в условиях использования высокопроизводительных роторных систем.

**Анализ публикаций.** Подробная библиография, посвященная динамике роторных систем, приведена в работе [4]. В данной статье ограничимся упоминанием о работах [5, 6], в которые содержатся основные сведения о линейных и нелинейных механических системах, подобных рассматриваемой здесь. В работах [7, 8] рассмотрены крутильные колебания, возникающие в роторе для обработки металлов давлением согласно принятой схеме. Отличительной особенностью обработки является то, что технологическое воздействие осуществляется за счет транспортного движения. Это упрощает значительно конструкцию ротора. Но необходимо выяснить каким образом такая схема обработки будет влиять на динамическое состояние ротора, что позволит выявить особенности эксплуатации ротора и прогнозировать качество получаемых изделий. Таким образом, *целью работы*

является анализ силовых факторов технологического ротора для обработки металлов давлением.

**Основной материал.** В реальных роторных системах на роторе имеется, как правило, несколько пуансонов, располагаемых по его окружности с одинаковым угловым шагом  $\psi$  (рис.1). Так, в случае установки  $n$  пуансонов угол  $\psi = 2\pi/n$ . По этой причине при  $\psi < \varphi_0$  ( $\varphi_0$  – рабочий угол ротора) одновременно могут обрабатываться несколько деталей, вследствие чего приводной вал ротора подвергается поперечному нагружению некоторым суммарным вектором  $\vec{Q}_S$ , порождаемым радиальными  $P(\varphi)$  и тангенциальными силами  $F(\varphi)$ , и суммарным крутящим моментом  $M_S$ , порождаемым только тангенциальными силами  $F(\varphi)$  от всех одновременно работающих пуансонов.

Для аналитического определения  $\vec{Q}_S$  и  $M_S$  пронумеруем все имеющиеся на роторе пуансоны индексом  $k = 0, 1, 2, \dots, n - 1$ , как показано на рис. 1. В данном случае принято  $n = 6$  и  $\varphi_0 = 150^\circ$  в силу чего, как видно из рисунка, в работе одновременно могут находиться три или два пуансона.

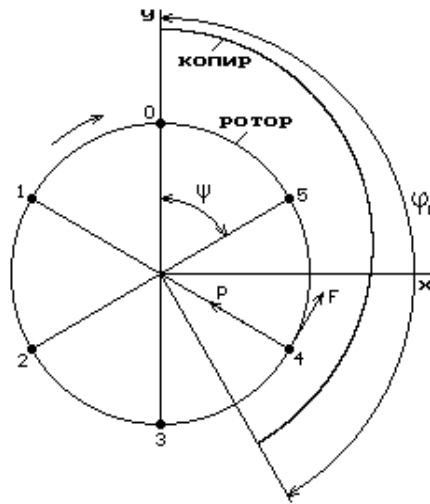


Рисунок 1. Пример нумерации пуансонов.

Так как  $P(\varphi)$  и  $F(\varphi)$  являются периодическими функциями, то есть  $P(\varphi) = P(\varphi \pm 2\pi)$ ,  $F(\varphi) = F(\varphi \pm 2\pi)$ , то целесообразно ввести в рассмотрение некоторые обобщенные  $2\pi$ -периодические функции, которые определим как

$$P_k(\varphi) = \begin{cases} 0 & \text{при } \varphi - k\psi - 2\pi j < 0, \\ P(\varphi - k\psi - 2\pi j) & \text{при } 0 < \varphi - k\psi - 2\pi j < \varphi_0, \\ 0 & \text{при } \varphi_0 < \varphi - k\psi - 2\pi j, \end{cases} \quad (1)$$

$$F_k(\varphi) = \begin{cases} 0 & \text{при } \varphi - k\psi - 2\pi j < 0, \\ F(\varphi - k\psi - 2\pi j) & \text{при } 0 < \varphi - k\psi - 2\pi j < \varphi_0, \\ 0 & \text{при } \varphi_0 < \varphi - k\psi - 2\pi j, \end{cases} \quad (2)$$

где  $j = 0, 1$ , то есть в (1) и (2) соответствующие проверки производятся дважды – для  $j = 0$  и  $j = 1$ , причем одно из этих значений оказывается истинным при каждом конкретном  $k = 0, 1, 2, \dots, n - 1$ .

Введенные функции позволяют, например, определить суммарный момент  $M_S$  как суперпозицию моментов сил  $F_k(\varphi)$  относительно оси ротора, иными словами,

$$M_S(\varphi) = \sum_{k=0}^{n-1} l_k F_k(\varphi), \quad (3)$$

где  $l_k$  вычисляется по формуле из [7] при таком же значении аргумента  $\varphi$ , как и в (2) при вычислении  $F(\varphi - k\psi - 2\pi j)$ .

На рис. 2 изображены графики безразмерных функций  $\bar{F}_k = F_k / (fP_{II})$ , построенных в представлении (1) и (2), для шести пуансонов ( $n=6$ ), расположенных на роторе с угловым шагом  $\psi = 60^\circ$ .

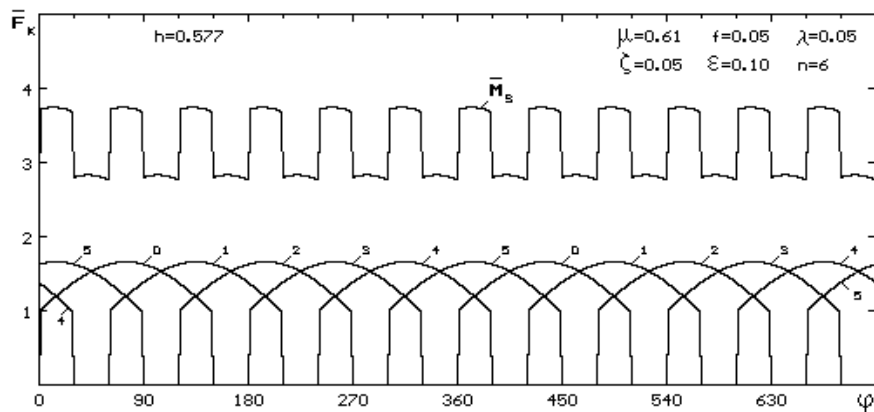


Рисунок 2. Графики обобщенных функций  $F_k$  для шести пуансонов и суммарного момента сопротивлений в интервале двух оборотов ротора.

Здесь же, в верхней части поля рисунка, изображен график «безразмерного» суммарного момента сопротивлений  $\bar{M}_S = M_S / (fLP_{II})$ .

Как видно, суммарный момент сопротивлений носит ярко выраженный периодический характер с угловым периодом, равным  $\psi = 2\pi / n$ , и имеет форму почти прямоугольных импульсов с достаточно большой глубиной модуляции  $h$  (его численное значение приведено на рис. 2 слева вверху), что имеет немаловажное значение для формирования уровня интенсивности динамического состояния ротора.

Под термином «глубина модуляции» для периодических функций подразумевается коэффициент перед наименьшей гармоникой в разложении этой функции в ряд Фурье, то есть в рассматриваемом случае –

$h = \sqrt{a_1^2 + b_1^2}$ , где  $a_1$  и  $b_1$  – первые ( $i = 1$ ) из коэффициентов Фурье:

$$\left. \begin{aligned} a_i &= \frac{2}{\psi} \int_0^\psi \bar{M}_S(\varphi) \cos(i n \varphi) d\varphi, \\ b_i &= \frac{2}{\psi} \int_0^\psi \bar{M}_S(\varphi) \sin(i n \varphi) d\varphi. \end{aligned} \right\} (i = 0, 1, 2, \dots) \quad (4)$$

Глубина модуляции, вообще говоря, не в полной мере характеризует, так сказать,

«динамические» свойства функции. Например, при размещении на роторе трех пуансонов (см. рис. 3) глубина модуляции более чем в два раза меньше по сравнению с вариантом шести пуансонов, однако, даже из простого визуального сравнения графиков рис. 2 и рис. 3 видно, что во втором случае момент сопротивления имеет более «динамичный» характер.

Здесь же, в верхней части поля рисунка, изображен график «безразмерного» суммарного момента сопротивлений  $\bar{M}_S = M_S / (fLP_{II})$ .

Как видно, суммарный момент сопротивлений носит ярко выраженный периодический характер с угловым периодом, равным  $\psi = 2\pi/n$ , и имеет форму почти прямоугольных импульсов с достаточно большой глубиной модуляции  $h$  (его численное значение приведено на рис. 2 слева вверху), что имеет немаловажное значение для формирования уровня интенсивности динамического состояния ротора.

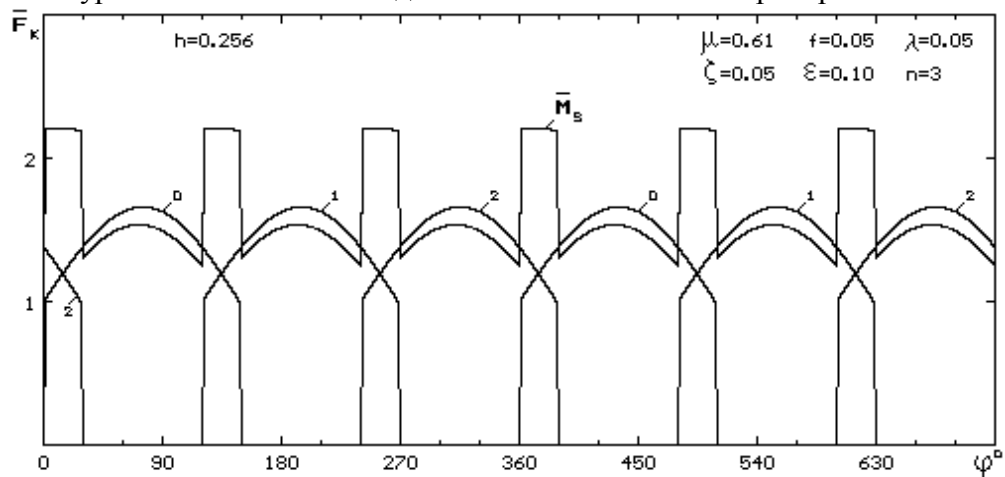


Рисунок 3. Графики обобщенных функций  $F_k$  для трех пуансонов и суммарного момента сопротивлений в интервале двух оборотов ротора.

В количественном отношении критерием такой «динамичности» может быть число членов разложений  $N$  данных функций в ряд Фурье, который в достаточной мере аппроксимирует исходные функции:

$$\bar{M}_S(\varphi) = \frac{a_0}{2} + \sum_{i=1}^N [a_i \cos(i\varphi) + b_i \sin(i\varphi)]. \quad (5)$$

Так, для рассмотренных выше двух примеров шести и трех пуансонов ( $n=6$  и  $n=3$ ) на рис. 4 изображены функции  $\bar{M}_S(\varphi)$  и их аппроксимации рядом Фурье, причем в первом случае этот ряд представлен всего лишь одной гармоникой [ $N=1$  в (5)], а во втором – тремя [ $N=3$  в (5)].

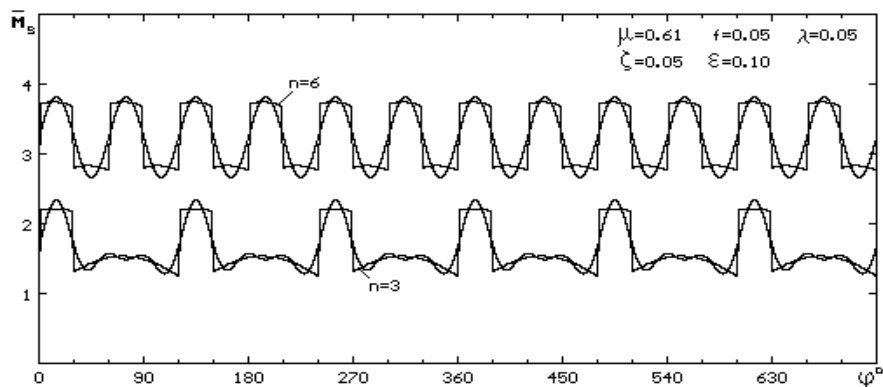


Рисунок 4. Аппроксимация моментов сопротивления разложениями Фурье.

Как видно, в первом варианте ( $n=6$ ) аппроксимация одной гармоникой может быть вполне приемлемой для инженерных расчетных оценок, но во втором варианте ( $n=3$ ) лишь при трех гармонических членах удается более или менее приблизить результат к фактической кривой. В этом случае говорят, что периодическая функция имеет большие *нелинейные искажения*, которые нередко являются причиной так называемых *релаксационных колебаний*, обычно, нелинейных механических систем. Такого рода колебания, как правило, отрицательно сказываются на выносливости и долговечности элементов, подвергаемых вибрации.

Рассмотрим теперь вектор суммарных сил  $\vec{Q}_S$ , который действует, как говорилось выше, на приводной вал ротора, подвергая его изгибу и поперечным деформациям. Для каждого пуансона с номером  $k$  в отдельности имеется вектор  $\vec{Q}_k$ , представленный двумя взаимно ортогональными компонентами – радиальной  $P(\varphi)$  и тангенциальной  $F(\varphi)$ , как это показано на рис. 2 для пуансона с номером  $k=4$ , и при этом, очевидно,

$$\vec{Q}_S = \sum_k \vec{Q}_k. \quad (6)$$

В силу введенных функций (1) и (2) векторная сумма (6) в проекциях на оси декартовых координат (см. рис. 2) может быть записана как

$$\left. \begin{aligned} Q_{Sx} &= - \sum_{k=0}^{n-1} (P_k \sin \varphi + F_k \cos \varphi), \\ Q_{Sy} &= - \sum_{k=0}^{n-1} (P_k \cos \varphi - F_k \sin \varphi), \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

где значение аргумента  $\varphi$  принимается таким же, как, например, в (2) при вычислении  $F(\varphi - k\psi - 2\pi j)$ .

В дальнейшем целесообразно иметь дело не с проекциями (7), а с модулем вектора  $\vec{Q}_S$  и его аргументом, то есть определим с помощью (7)

$$Q_S = \sqrt{(Q_{Sx})^2 + (Q_{Sy})^2}, \quad \alpha = \arctg(Q_{Sy} / Q_{Sx}). \quad (8)$$

С помощью соотношений (8) и (7) на рис.5 изображены графики поперечной нагрузки  $\bar{Q}_S = Q_S / P_{II}$  (кривая 1), действующей на вал ротора с шестью пуансонами при двух его полных оборотах. Как видно, эта нагрузка имеет периодический характер с ярко выраженными импульсами почти прямоугольной формы.

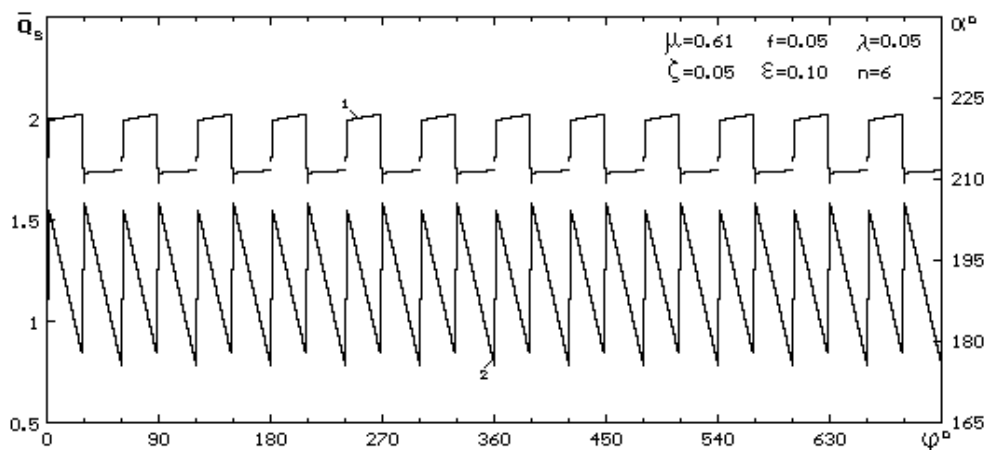


Рисунок 5. Характер изменения поперечной силы ( $1 - \bar{Q}_S$ ), действующей на вал ротора, и ее направления ( $2 - \alpha$  в градусах) при шести пуансонах.

Обращает на себя внимание пилообразная форма изменения направления ( $\alpha$ ) поперечной силы (кривая 2), шкала которого в градусах дана справа на рисунке, с довольно большим размахом (около  $30^\circ$ ). При этом в течение периода функции  $\bar{Q}_S$  ( $\psi = 60^\circ$ ) угол  $\alpha$  дважды изменяет свою величину.

При оборудовании ротора тремя пуансонами формы изменения поперечной нагрузки  $\bar{Q}_S$  и ее угла направления  $\alpha$  (см. рис. 6) существенно иные по сравнению с вариантом размещения на роторе шести пуансонов.

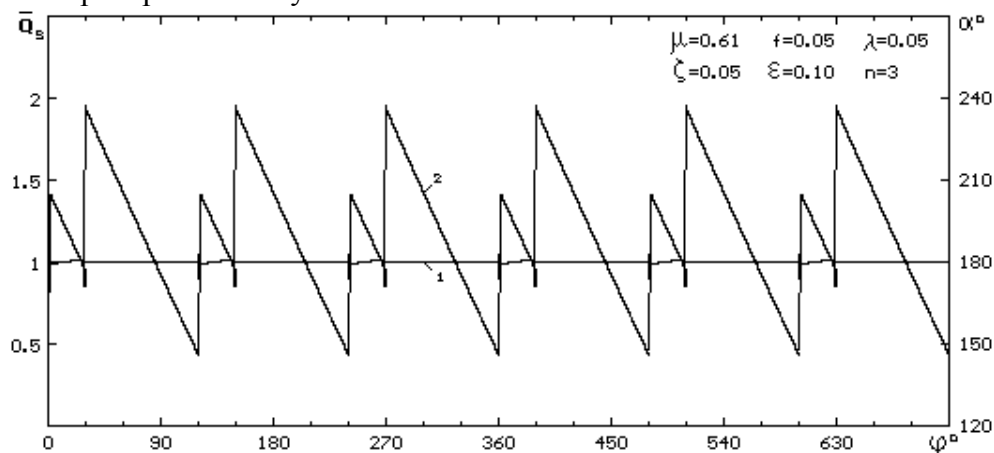


Рисунок 6. Характер изменения поперечной силы ( $1 - \bar{Q}_S$ ), действующей на вал ротора, и ее направления ( $2 - \alpha$  в градусах) при трех пуансонах.

Из данного рисунка видно, что усилие  $\bar{Q}_S$  остается практически постоянным при вращении ротора, а размах изменения угла направления нагрузки составляет около  $90^\circ$ .

Поперечная нагрузка  $Q_S$  не только вызывает изгибные деформации вала ротора, но и обуславливает возникновение момента сопротивления  $M_C$  при трении в подшипниковых узлах, дополнительно к аналогичному по происхождению моменту трения от собственного веса ротора, то есть

$$M_C = f_0 r_{\text{эфф}} Q_S(\varphi) + M_{Br}, \quad (9)$$

где  $f_0$  – коэффициент трения в подшипниках,  $r_{\text{эфф}}$  – эффективный радиус подшипника,  $M_{Br}$  – момент остальных «вредных» сопротивлений (трения в подшипниках от собственного веса ротора, трения в подшипниках редуктора и двигателя, трения вращающихся элементов системы в воздушной среде и др.), которые считаются постоянными.

В связи с существенной зависимостью расчетных моментов сопротивления  $M_S$  и  $M_C$  от количества расположенных на роторе пуансонов введем понятие *коэффициента перекрытия*, который определим по формуле

$$k_{\text{пер}} = \frac{\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3}{\psi} = \frac{n\varphi_0}{2\pi}, \quad (10)$$

при этом символом  $[k_{\text{пер}}]$  обозначим целую часть числа  $k_{\text{пер}}$ .

Очевидно, что при  $[k_{\text{пер}}] = 0$  в контакте с копиром может находиться либо один пуансон, либо ни одного, и этот случай, является наиболее неблагоприятным в



динамическом отношении, так как при этом нелинейные искажения функций  $M_S$  и  $M_C$  – наибольшие, хотя максимальные значения этих функций оказываются наименьшими.

Чем больше  $[k_{nep}]$  по сравнению с единицей, тем больше пуансонов одновременно находятся в контакте с копиром ( $[k_{nep}]$  или  $[k_{nep}] - 1$ ). При этом соответственно уменьшаются нелинейные искажения, однако увеличиваются максимальные значения функций  $M_S$  и  $M_C$ .

Определить рациональные или оптимальные значения коэффициента перекрытия в общем виде не представляется возможным. Поскольку рассматриваемая механическая система является многопараметрической и принятие решений во многом диктуется не просто количественным значением какого-либо вычисляемого показателя, а некоторыми довольно сложными функциональными критериями качественного рода. Тем не менее, в каждом конкретном случае это вполне осуществимо.

В заключение остановимся на вычислении так называемой *эффективной мощности* электропривода, так как требуемые для этого силовые факторы функционально определены, и для их вычислений разработаны соответствующие алгоритмы и программные средства. Следуя общепринятой концепции «теплого» расчета электродвигателя, эту мощность определим в форме следующего соотношения, принимая частоту вращения ротора  $\Omega$  постоянной,

$$N_{эфф} = \frac{\Omega}{2\pi} \sqrt{\int_0^{2\pi} [M_S(\varphi) + M_C(\varphi)]^2 d\varphi}, \text{ Вт.} \quad (11)$$

В этой формуле не учтены затраты энергии при пуске двигателя, так как считается, что режим работы двигателя является длительно непрерывным.

**Выводы.** Итак, в результате анализа силовых факторов, возникающих при работе роторной системы, установлено, что как момент сопротивления вращению ротора, так и поперечная нагрузка на вал ротора являются периодическими функциями импульсного типа. В зависимости от количества размещаемых на роторе пуансонов эти функции могут иметь значительные нелинейные искажения. Все эти особенности обуславливают формирование своеобразного динамического состояния ротора.

#### Литература

1. Сопилкин Г.В. Формообразование резьбы на деталях с ограниченной толщиной стенки / Г. В. Сопилкин, А. Н. Михайлов, А. В. Матвиенко, А. К. Кралин // Сборник трудов VI международной научно-технической конференции «Машиностроение и техносфера на рубеже XXI века» 13–18 сентября 1999. – Том 3 – С. 57 – 59.
2. Матвиенко А. Холодная штамповка резьбы на внутренней цилиндрической поверхности детали / А. Матвиенко, А. Кралин, В. Лазуткин // *Technologii Moderne, Calitate, Restructurare: Universitatea Tehnica a Moldovei, Chisinau.* – 2001. – Vol. 3. – P. 218–222.
3. Патент на винахід. 80176 Україна, МПК В21К 1/00, В21Н 3/00. Спосіб утворення різбового профілю в порожнистих циліндричних деталях / Автори: Кралін А.К., Матвієнко А.В., Фініченко В.О.; Заявл. рік 29.06.2005; Опубл. 27.08.07, Бюл. № 13. – 4с.
4. Вибрации в технике. – М.: «Машиностроение», 1980, Т. 3 – 544 с.
5. Вибрации в технике. – М.: «Машиностроение», 1978, Т. 1 – 208 с.
6. Вибрации в технике. – М.: «Машиностроение», 1979, Т. 2 – 351 с.
7. Дворников В.И. Динамика технологического ротора при пластическом формообразовании изделий/В.И. Дворников, А.В. Матвиенко, А.К.Кралин// Прогрессивные технологии и системы машиностроения: международный сборник научных трудов. – Донецк: ДонНТУ, 2003. Вып. 25. – С. 104-112.
8. Кралин А.К. Крутильные колебания ротора при изготовлении резьбовых деталей методом выдавливания // Научно-технический и производственный журнал «Вибрация машин: измерение, снижение, защита» - Донецк: ДонНТУ, 2005. №2 – С. 57 – 60.